

複数個の同種記号について整理された 回路関数を与える記号解析

正員 本間 仁志[†] 正員 佐川 雅彦[†]

Symbolic Analysis Giving Sorted Network Functions with
Respect to Some Kinds of Identical Symbolic Elements

Hitoshi HONMA[†] and Masahiko SAGAWA[†], *Regular Members*

あらまし 記号回路関数を最適化等に応用するためには、記号の並びの整理を行って始めて可能になる。また、素子を記号とする場合、幾つかの素子を同じ記号（同種記号）として扱う場合があるが、従来の記号解析法では、異種記号として処理する必要があり、多くのむだを含んでしまう。本論文では、複素内挿法を用いて、記号の整理、同種記号処理の問題を解決している。記号に適切な複素数を割当てることによって、辞書式に整理された記号の組合せの並びに対応する数値係数を、1次元FFTの出力として取出している。実際にプログラミングを行い、有効性を確認すると共に、同種記号を考えることによって、従来不可能であった多くの素子を記号として処理できることを確認した。本理論は、線形集中定数回路に限らず、分布定数回路、混在回路、スイッチトキャパシタ回路、デジタル回路にも直接適用可能である。

1. ま え が き

電子計算機を用いて、複素周波数及び幾つかの素子を記号として含んだ形の回路関数（以下、記号回路関数と呼ぶ）を求める研究が、線形回路を中心に行われている。そして、その解析は、演算誤差の軽減⁽²⁾、最適化⁽⁵⁾、素子感度解析等⁽³⁾に応用されている。

従来、このような記号解析の研究は、応用の範囲を広げるために、扱える回路の規模、記号素子の数を増すことを主眼に行われてきた^{(1),(3),(4),(6),(7)}。しかし、報告されているアルゴリズムは、以下のような共通の問題点を持っており、応用の際に大きな欠点になっている。

- 数値解析と比べ、アルゴリズムが複雑である。
 - 解析した結果の多項式の項の数が多く、その整理が困難である。
 - 同種記号の処理が、効率良く行えない。
- (b)の多項式の整理とは、複素周波数も含めて多項式を記号の同類項でまとめる操作である。記号の並びをあらかじめ決めることができれば、それに対応する数

値係数の記憶が容易であり、任意の項の抽出も直接行うことができる。従って、最適化で必要になる数値係数の検索や、記号に具体的な数値を代入する操作が容易になる。しかし、記号の発生順序に規則性がなく、記号素子と複素周波数の処理の手法が異っている従来の方法では、これらの整理は、非常に複雑なものになってしまう。

素子を記号とする場合、幾つかの素子を同じ記号として扱う場合がある。例えば、浮遊容量、演算増幅器の利得等は、多くの場合そうであり、このような記号を同種記号と呼ぶ。記号解析の限界は、記号が増えるとその組合せが増大するために生ずる。線形集中定数回路において、10個の同種記号を考えると、その組合せは、11通りである。それに対し報告されているアルゴリズムは、同種記号処理が行えず、 $2^{10}=1024$ 通りを考えなければならず、非常に多くのむだを含んでしまう。記号解析の応用範囲を拡張するためには、同種記号を効率良く処理する必要がある。

本論文では、複素内挿法を用いて、多項式の整理、同種記号処理の問題を解決している。従来、複素内挿法は、記号回路関数の分母、分子を複素周波数の多項式で表すために使われており⁽⁸⁾、その処理に高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform, 以下FFTと略

[†] 東京都立大学工学部電気工学科, 東京都
Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University,
Tokyo, 158 Japan

論文番号: 昭58-論204[A-50]

記する)を用いることができる。本論文では、記号素子についても一次元のFFTでその処理を行なう。本理論は、線形集中定数回路は、もちろん、分布定数回路、デジタル回路、スイッチトキャパシタ回路での記号解析へも適用可能である。実際にプログラミングを行い、本理論の有効性を確認している。

2. アルゴリズム

記号回路関数は、次のような形で表現できる。

$$f(s, p) = \frac{N(s, p_1, p_2, \dots, p_m)}{D(s, p_1, p_2, \dots, p_m)} \quad (1)$$

ここで、 s は、複素周波数であり、 p_i は、記号(変数)として扱われる回路素子を意味する。回路関数の分母、分子を、このように記号を含んだ形で決定する方法を述べる。その方法は、記号に対し複素内挿を行い、離散フーリエ変換(Discrete Fourier Transform, 以下DFTと略記する)を唯一度用いることにより実行される。

2.1 従来の内挿法⁽³⁾

ここでは、すでに報告されている複素周波数に対する内挿法を簡単に述べる。回路関数の分母、分子の一般的表現として、(2)式のような複素周波数 s の多項式を考える。

$$X(s) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) s^n \quad (2)$$

ここで、 $x(n)$ は、数値係数であり、その値を決定することが目的となる。 s の任意の値 s_k に対応する $X(s_k)$ (以下、簡単のために $X(k)$ と書く)を直接求めることができるのであれば、(2)式は $x(n)$ を未知数とする連立方程式となる。実際、 $X(k)$ は、節点解析の場合には、節点アドミタンス行列の余因子の値として計算できる。

s_k の値として、

$$s_k = W^k, \quad W = \exp(-j2\pi/N) \quad (3)$$

とする。このように、複素平面での単位円上の等分点の値を選ぶことにより、連立方程式の解が、他の場合と比較して安定であることが報告されている^{(3),(6)} また、(3)式のように選ぶことによって、連立方程式を解く手順が、逆DFT計算と一致し、高速で高精度の処理が行える利点もある。(3)式を(2)式に代入すると、

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W^{kn} \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (4)$$

となる。(4)式は、DFT計算に対応しており、従って $x(n)$ を求める手順は、(5)式のように逆DFT計算となる。

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W^{-kn} \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (5)$$

(5)式の計算には、FFTアルゴリズムを用いることができる。この時、FFTの出力 $x(n)$ は、 n の順序に整理されて与えられるので、係数の決定は容易である。

2.2 記号素子を含んだ多項式の表現

ここでは、複素周波数、同種記号素子も含めて定義される記号の辞書式並びの表現を与える。

(2)式を m 種類の記号素子を含む場合の分母、分子の表現に拡張すると、

$$X(s, p) = \sum_{j_1=0}^1 \sum_{j_2=0}^1 \dots \sum_{j_m=0}^1 x_{j_1 j_2 \dots j_m}(s) \prod_{i=1}^m p_i^{j_i} \quad (6)$$

となる。 $x(n)$ は、一般に s の多項式であり、 2^m 個存在する。(6)式では、同種記号素子を仮定していないために、 p_i の次数は、0あるいは1次になっている。報告されているアルゴリズムは、この特徴を用いて記号解析を行っている。従って、同種記号素子が存在する場合も、全て異種記号として処理する必要があり、多くのむだを含んでしまう。

(6)式に対し、複素周波数も含め M 種類の同種記号の場合に拡張すると、

$$X(p) = \sum_{n=0}^{\hat{N}-1} \left\{ x(n) \prod_{i=1}^M P_i^{k_{in}} \right\} \quad (7)$$

$$\text{但し、} k_{in} \in \{-g_i, -g_i+1, \dots, 0, 1, \dots, h_i\} \quad (8)$$

$$D_i = g_i + h_i + 1, \quad g_i, h_i \geq 0 \quad (9)$$

が得られる。ここで、 P は、記号 $(s, p_1, p_2, \dots, p_m)$ の集合を意味する。 $x(n)$ は、数値係数であり、 \hat{N} は、 k_{in} の種類 D_i によって決まる定数である(18)式参照)。(8)式は、記号 P_i の次数が(7)式において、 $-g_i$ から h_i の範囲で変化することを与えている。複素周波数以外の記号に対し、 $g_i=0, h_i=1$ とすると、(7)式は、(6)式で $x(s)$ を展開した式と一致する。

以下で示すように、(7)式の $x(n)$ は、一次元FFTを用いることによって、記号の同類項で整理された順序で決定することができる。まず、そこで必要になる記号の辞書式整理について、図1の回路の電圧伝達関数を用いて説明しよう。これは、

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{s^{-1}}{s^{-1} + C + sC} \quad (10)$$

で与えられる。ここでは、分母 $X(P)$ を取上げる。記号は、 $P_1=C, P_2=s$ の2個であって、その次数は、

$$k_{1n} = 0, 1, \quad k_{2n} = -1, 0, 1 \quad (11)$$

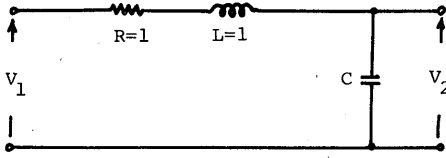


図1 RLC回路 (s, C は、記号である)
Fig. 1-R L C circuit (s, C are kept as symbols).

の範囲を変化する。そこで、 $X(P)$ を(7)式のように記号の組合せと数値係数で表し、辞書式に整理すれば、

$$X(P) = \sum_{n=0}^5 \{x(n)P_1^{k_{1n}} P_2^{k_{2n}}\} \\ = \{x(0)s^{-1} + x(1)Cs^{-1}\} + \{x(2) + x(3)C\} \\ + \{x(4)s + x(5)Cs\} \quad (12)$$

を得る。上式で、記号 $P_1=C$ の次数は、(11)式の範囲の変化を1項毎に繰り返すが、記号 $P_2=s$ の次数は、2項毎に(11)式の範囲の変化を繰り返す。このことに着目すれば、係数の番号 n を与えたとき、記号の次数 k_{1n} 、 k_{2n} は、

$$k_{1n} = [n/1] \bmod(2), \quad k_{2n} = [n/2] \bmod(3) - 1 \quad (13)$$

のように決定することができる。ここで、 $[x]$ は、 x をこえない最大の整数であり、 $x \bmod(y)$ は、 $x - [x/y]y$ を意味する。回路関数の分母、分子の表現に(7)式を用いるときも、次のように一般化することができる。

$$X(P) = \sum_{n=0}^{\hat{N}-1} \left\{ x(n) \prod_{i=0}^M P_i^{k_{in}} \right\} \quad (14)$$

$$\text{但し、} \quad k_{in} = [n/H_i] \bmod(D_i) - g_i \quad (15)$$

$$H_i = \begin{cases} \prod_{m=1}^{i-1} D_m & (i \neq 1) \\ 1 & (i = 1) \end{cases} \quad (16)$$

$$d_1 = \sum_{i=1}^M H_i g_i, \quad d_2 = \sum_{i=1}^M H_i h_i \quad (17)$$

$$\hat{N} = \prod_{i=1}^M D_i = d_1 + d_2 + 1 \quad (18)$$

ここでは、記号 P_1 は1項毎に、記号 P_2 は(9)式で定義される D_1 毎に、記号 P_3 は $D_1 \times D_2$ 毎に指数の大きさを(8)式の範囲で変化させることを表している。

(14)式で定義された記号の並びに対応する数値係数 $x(n)$ を求めることができれば、記号回路関数を決定することができる。複素内挿法を用いて $x(n)$ を決定する方法を次に示す。

2.3 複素内挿法の拡張

(14)式の $x(n)$ は、記号 P_i に \hat{N} 種類以上の適当な値を代入し、各々の $X(P)$ を直接計算し、 $x(n)$ を未知数とす

る連立方程式の解として与えられる。そこで、 P_i に対して次のような値を代入し、その処理を逆DFT計算で行う。

$$P_{i,k} = W^{H_i k}, \quad \begin{cases} k=0, 1, 2, \dots, N-1 \\ i=1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{但し、} \quad W = \exp(-j2\pi/N) \quad (20)$$

$$\hat{N} \leq N, \quad 2^{l-1} < N = 2^l \quad (21)$$

l : 整数

FFTアルゴリズムの多くは、標本点数として2のべき乗を取るのので、ここでも(21)式のように選んでいる。

(12)式の例について上式を計算すると、 $\hat{N} = 6$ 、 $N = 8$ 、 $H_1 = 1$ 、 $H_2 = 2$ であり、

$$P_{1,k} = W^k, \quad P_{2,k} = W^{2k}, \quad (k=0, 1, \dots, 7) \quad (22)$$

となる。

記号を含む行列式 $X(P)$ に、(19)式を代入し展開すると、

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W^{(n-d_1)k} \quad (23) \\ (k=0, 1, 2, \dots, N-1)$$

が得られる。 d_1 は、(17)式で定義された値である。上式での $x(n)$ は、 $n < \hat{N}$ の範囲で(14)式の並びに対応する。

但し、 $X(k)$ は、 P の k 番目の標本点の値 $X(P_k)$ を表している。(23)式の詳しい導出は、付録で説明している。(23)式をDFT計算と一致させるためには、 $d_1 = 0$ でなければならない。そこで両辺に $W^{d_1 k}$ をかけて、

$$\hat{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W^{nk}, \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (24)$$

$$\text{但し、} \quad \hat{X}(k) = X(k) W^{d_1 k} \quad (25)$$

と変換を施すことにより、DFTと一致させることができる。従って、 $x(n)$ は、逆DFT計算より求めることができる。

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{X}(k) W^{-nk}, \quad (n=0, 1, \dots, N-1) \quad (26)$$

上式の $x(n)$ は、 $n < \hat{N}$ の範囲で(14)式に対応しており、記号の組合せとの対応は容易である。

解析手順は、次のようにまとめられる。

- (i) 回路関数の分母、分子の行列式を作る。
 - (ii) 各々の k について、(19)式より $W^{H_i k}$ を計算し、行列式に代入する。
 - (iii) 行列式の値 $X(k)$ を求める。
 - (iv) $X(k)$ を(25)式によって $\hat{X}(k)$ に変換する。
 - (v) $\hat{X}(k)$ を用い(26)式より $x(n)$ を求める。
 - (vi) $x(n)$ を(14)式の記号の並びと対応させる。
- (i)については、種々の方法が報告されている^{(1),(4),(9)}。

以上の様な手順の中で、主に複雑な計算を行うのは、(iii)の行列式の計算と(v)のFFTである。この計算プログラムは、殆どどの計算機システムで科学技術計算用サブルーチンとして備えられている。従って、本理論のプログラミングは、非常に簡単である。

3. 多項式の整理

前章では、記号の辞書式並びに対応する数値係数を、1次元FFTで求めることができることを述べた。ここでは、その辞書式並びの順序を複素周波数も含めて入力指定できることを説明する。また、そのことにより、任意の記号が関係する数値係数を直接探し出せることを示す。

3.1 記号の並びの指定

図2の6次有極帯域フィルタで、 s と C_2 を記号にした場合について考えてみる。この回路については、5.の例題で解析されている。電圧伝達関数の分母を例にとって以下で説明する。

記号の並びは、(14)式で $M=2$ とすることによって決めることができる。但し、2つの記号 s, C_2 を、各々 P_1, P_2 どちらに対応させるか選択の自由度がある。この選択によって、記号の並びは以下のように変る。今、 P_1 を C_2, P_2 を s に対応させると、例題で解析する様に、(14)式を計算するために必要なパラメータは、次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= 8, d_2 = 9, H_1 = 1, H_2 = 2 \\ D_1 &= 2, D_2 = 9, g_1 = 0, g_2 = 4 \\ h_1 &= 1, h_2 = 4, M = 2, \hat{N} = 18 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

従って、(14)式は、

$$X(P) = \{x(0) + x(1)C_2\}s^{-4} + \{x(2) + x(3)C_2\}s^{-3} + \dots + \{x(16) + x(17)C_2\}s^{-4} \quad (28)$$

と s で整理された順序で並ぶ。(26)式によって数値係数 $x(n)$ を計算し、(28)式に代入すると、 s で整理された分母を得ることができる。

次に、 P_1 を s, P_2 を C_2 に対応させると(28)式に対し、(29)式の様に C_2 で整理されて並ぶ。

$$X(P) = \{x(0)s^{-4} + x(1)s^{-3} + \dots + x(8)s^{-4}\} + \{x(9)s^{-4} + \dots + x(16)s^{-3} + x(17)s^{-4}\}C_2 \quad (29)$$

つまり、 P_1 から P_M まで M 種類の記号があった場合に、 P_M を一番外側にして、次に $P_{M-1}, P_{M-2}, \dots, P_1$ の順序まとめられた辞書式並びを、本理論では直接得ることができる。希望の並びを、入力の段階で指定することができる。また、各々の記号の次数が等差数列になっている。

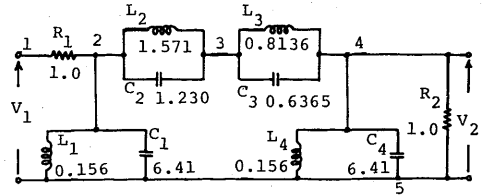


図2 6次有極帯域フィルタ(単位: Ω, H, F)
Fig. 2-6th order bandpass filter with finite zeros.

るので、解析結果を注目したい素子について整理し直すのも容易である。このことにより、見やすい形での出力、次に示す数値係数の検索が可能になる。

3.2 数値係数の検索

記号回路関数を最適化等に応用する場合は、解析された後で、数値係数を検索することが必要になる。記号の辞書式並びを考えることによって、任意の記号に対応する数値係数を直接探し出すことができる。

数値係数 $x(n)$ は、(26)式で $n=0, 1, \dots, N-1$ について求められる。今、(30)式で M 種類の記号での任意の組合せを表現する。

$$\prod_{i=1}^M P_i^{k_i}, \quad k_i \in \{-g_i, -g_i+1, \dots, 0, 1, \dots, h_i\} \quad (30)$$

(30)式の記号の組合せに対応する数値係数 $x(n)$ の n の値は、

$$n = \sum_{i=1}^M H_i(g_i + k_i) \quad (31)$$

で与えられる。(31)式を計算するのに必要な各パラメータの値は、複素内挿を行う段階ですでに求められている値である。(28)式の場合を例にとれば、記号の組合せである C_2s^{-2} に対応する数値係数は、上式より $x(3)$ である。また、 s^{-3} が関係する頃は、 $x(2), x(3)$ であることが容易に計算できる。このように、任意の記号の組合せに対応する項を直接探し出すことができ、記号解析の応用の際に大きな利点となる。

4. 本理論の適用

本理論は、余因子を記号を含んだ形で展開するための方法である。従って、線形集中定数回路の記号解析に限らず、分布定数回路、デジタル回路、スイッチトキャパシタ回路においても同様に適用可能である。

4.1 分布定数回路

分布定数回路の特性は、長さ l 、伝搬定数 τ と特性インピーダンス Z_0 で規定される。線形集中定数回路では、複素周波数としてラプラス変数 s を考えた。ここ

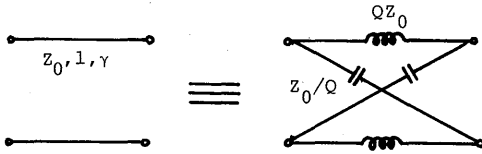


図3 分布定数線路の等価変換
Fig. 3 - Equivalent transformation for distributed circuits.

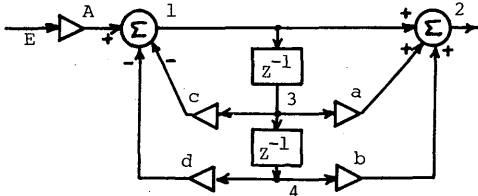


図4 2次デジタルフィルタ⁽⁴⁾
Fig. 4 - 2nd order digital filter.

では、 s に対して次式で定義される複素変数 Q を導入する。

$$Q = \tanh(\gamma l / 2) \tag{32}$$

このような変数 Q によって、分布定数線路は、図3のようなインピーダンス QZ_0 と Z_0/Q の対称格子回路に等価変換が可能である。

線路に無損失の条件があると、(32)式は、(33)式のように簡略化できる。

$$Q = \tanh(j\beta l / 2) = j \tan(\omega\tau / 2) \tag{33}$$

ここで、 β は位相定数、 τ は遅延である。このように、 s の代わりに Q を導入することによって、線形集中定数回路の場合と同様な解析が行える。

図3に示す等価回路には、素子値が Z_0 である素子が4つ存在する。本理論では、これらの素子を記号とする場合に、同種記号として効率良く処理することができる。また、 s と Q の2つの記号を同時に考えることによって、集中定数と分布定数の混在回路の記号解析も容易に行なうことができる。

4.2 デジタル回路

図4に示すような2次のデジタルフィルタについて検討してみる。各節点に入ってくる信号について方程式をたてたのが、(34)式である。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & c & d \\ -1 & 1 & -a & -b \\ -Z^{-1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -Z^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AE \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{34}$$

ここで、 X_i は、各節点における信号である。行 i は、

節点 i に入ってくる信号に、列 j は、節点 j を出ている信号に対応している。また、右辺の i 番目の値は、節点に接続されている独立電源の値である。

X_i の値は、(34)式にクラメールの公式を適用することによって求めることができる。従って、任意の節点間の関係を余因子の比として計算でき、本理論が適用可能になる。線形集中定数回路の場合との違いは、 s に対して Z^{-1} であること、素子値に対して乗算値であることだけである。

4.3 スイッチトキャパシタ回路

スイッチと演算増幅器、キャパシタで構成されているスイッチトキャパシタ回路は、等価4ポート回路を考えることによって、節点アドミタンス行列で解析できる^{(7),(8)}。従って、回路関数を余因子の比として表現でき、本理論が適用可能になる。本理論の他にも、パラメータ抽出操作法を用いたもの⁽⁹⁾、1種類の同種記号を含むことが可能な記号解析法⁽⁴⁾が報告されている。本理論を適用することにより、さらに、記号の整理、演算増幅器の利得も含めて、任意の個数の同種記号処理を行うことができる。

5. 例題及び検討

本理論を適用し、記号解析を行った例について以下に示す。

まず、図2に示される6次有極帯域フィルタにおいて、 s と C_2 を記号とした場合の電圧伝達関数を求める例について検討する。回路関数の分母、分子を導く方法は、幾つか報告されているが、ここでは、不定アドミタンス行列 (Indefinite Admittance Matrix, 以下IAMと略記する) で解析を進める方法を用いる(詳細は、文献(1),(10)参照)。素子は、IAMでの位置を示す四連数字で表され、これを用いて余因子が導かれる⁽⁹⁾。その結果、分母の場合の素子の位置は、

$$\left. \begin{array}{l} (1, 2, 1, 2)G_1, (4, 1, 4, 1)C_4 \\ (4, 1, 4, 1)G_2, (2, 1, 2, 1)L_1 \\ (2, 1, 2, 1)C_1, (2, 3, 2, 3)L_2 \\ (2, 3, 2, 3)C_2, (3, 4, 3, 4)L_3 \\ (3, 4, 3, 4)C_3, (4, 1, 4, 1)L_4 \end{array} \right\} \tag{35}$$

となる。 $(i, j, k, m) y_s$ とは、 y_s のアドミタンス Y_s が、IAMの中で i 行 k 列、 j 行 m 列に、 $-Y_s$ が、 i 行 m 列、 j 行 k 列に存在するというを与えている。

(35)式での L と C の数から、多項式での s の次数は、 $-4 \sim 4$ の範囲にあることがわかる。今、 s で整理することを考えて、 C_2 を P_1 、 s を P_2 とすると、(16),(19)

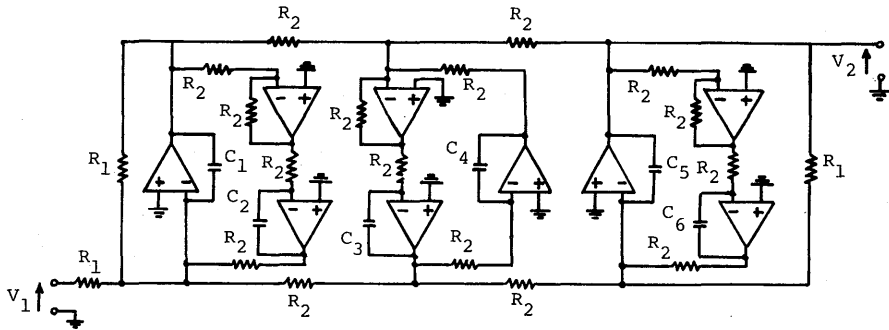


図5 同種記号を含む6次リープフロッグ帯域フィルタ⁽⁹⁾

Fig. 5 - 6th order leapfrog bandpass filter including identical symbolic elements.

式から

$$P_{1,k} = W^k, \quad P_{2,k} = W^{H_2 k} = W^{2k} \quad (36)$$

と複素数に対応する。Wの値は、(18)、(20)、(21)式から

$$N = 32, \quad W = \exp(-j2\pi/N) \quad (37)$$

となる。従って、(36)式でのkの値は、

$$k = 0, 1, 2, \dots, 31 \quad (38)$$

となる。各々のkについて(36)式を計算し、sとC₂に代入し、(35)式をIAMの形にもどす。IAMの性質より、任意の一次余因子を取り、その値X(k)を求める。さらに、(25)式を用いてX(k)に変換する。X(k)を(26)式に代入し、x(n)を求める。ここで、

$$x(n) = 0, \quad n \geq \hat{N} = 18 \quad (39)$$

であることに注意してもらいたい。

表1で、x(n)の理論値と解析結果を比較している。計算は、倍精度で行っており、6桁から9桁の精度が得られた。表1のx(n)を(28)式に代入することによって、記号回路関数の分母は求まる。分子についても同様な手順で求めることができる。その結果を、(40)式に示す。

$$N(s, C_2) = 0.782s^{-1} + 0.405 + 1.23C_2 + 0.637C_2s^2 \quad (40)$$

図2の回路で、全ての素子を記号とした場合は、11桁から14桁の精度でx(n)を求めることができた。この時、電圧伝達関数を求めるに必要なCPU時間は、2.63(秒)であった。ただし、計算機はFACOM M-180IIであり、FORTRANHEの倍精度演算である。

次に、図5の回路について考えてみる。この回路は、LCラダー回路をシミュレーションすることによって設計される。R₁、R₂の2種類の同種記号を含んでいる。全ての素子を記号として、電圧伝達関数を求めてみた。理想演算増幅器の場合、数値係数を12桁から14桁の精度で求めることができた。また、その処理時間は、47.31(秒)である。

表1 解析結果と理論値の比較

x(n)	理論値	解析結果
0	0.0	- 0.102806 × 10 ⁻¹²
1	0.0	- 0.476022 × 10 ⁻¹⁰
2	86.69223528	86.69223678
3	0.0	- 0.210064 × 10 ⁻⁹
4	25.48323548	25.48323541
5	0.0	- 0.149017 × 10 ⁻⁹
6	196.5621516	196.5621565
7	56.84914542	56.84914637
8	32.88810429	32.88810451
9	15.27872314	15.27872324
10	134.7935418	134.7935464
11	107.0968692	107.0968724
12	8.159929817	8.159930000
13	14.09299969	14.09300000
14	26.15257574	26.15257565
15	49.24802786	49.24803000
16	0.0	- 0.712763 × 10 ⁻¹⁸
17	0.0	1.25971 × 10 ⁻⁹

異種記号として処理できる記号素子数は、たかだか10数個であるのに対し、同種記号の場合数百個まで可能である。このことは、従来の記号解析の応用範囲を拡大するものである。特に、能動回路における増幅器の非理想特性の影響や、スイッチトキャパシタ回路に代表されるMOS回路での浮遊容量の解析には、力を発揮する。

今回作成したプログラムのステップ数は、FFT、行列式の計算も含め約700ステップである。また、FFT、行列式の計算については、科学技術計算用サブルーチンを用いることができ、さらにプログラミング

は、簡単になる。

6. むすび

記号回路関数の導出法は、種々開発されて来ている。記号回路関数を実用化するためには、記号回路関数導出後、記号の並びの整理を行って始めて可能になる。また、報告されている方法は、同種記号に対しても異種記号として処理する必要があり、扱える記号数が限られてしまう。

そこで、本文では、同種記号も含めて辞書式に整理された記号回路関数を、直接得ることができる方法を示した。そのアルゴリズムの主部分は、1次元FFTと複素掃出し法のみである。35節点の回路において、異種記号として処理できる記号素子数が10数個であるのに対し⁽⁴⁾、同種記号では90個の素子を記号として処理できることを確認している。また、本理論は、分布定数回路、SC回路、デジタル回路の記号解析へも容易に適用可能である。

このような記号処理は、目的は異なるが最近報告された多次元FFTの方法⁽⁸⁾を拡張することによっても可能である。しかし、その場合、多次元FFTの実行を行なう際に、データの受け渡しを行うためのプログラムが新たに必要になる。

今後は、本理論の特徴を利用し、能動素子の非理想特性に対する素子感度の最適化を検討する予定である。

謝辞 日頃、暖かい御教示を頂く、長岡技術科学大学神林紀嘉助教授に厚く感謝する。また、有益な御教示を頂いた、本学佐藤正光助教授、岡本仁助手に感謝する。

文 献

- (1) Anderson, G.E. and Lin, P.M.: "Computer generation of symbolic network functions-A new theory and implementation", IEEE Trans. Circuit Theory, CT-20, pp.48-55 (Jan.1973).
- (2) Lin, P.M.: "A survey of application symbolic network functions", IEEE Trans. Circuit Theory, CT-20, pp.732-737(Nov. 1973).
- (3) Singhal, K. and Vlack, J.: "Generation of immittance functions in symbolic form for lumped distributed active networks", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-21, pp.57-67 (Jan.1974).
- (4) Singhal, K. and Vlach, J.: "Symbolic analysis of analog and digital circuits", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-24, pp.598-609(Nov.1977).

- (5) Vlack, J. and Singhal, K.: "Sensitivity minimization of networks with operational amplifiers and parasitics", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-27, pp.688-697 (Aug.1980).
- (6) Kaneko, T. and Liu, B.: "Computation error in fast Fourier transform", in Proc. 3rd Asilomar Conf. Circuit and Systems, pp.207-211(1969).
- (7) Hökenek, E. and Moshytz, G.S.: "Analysis of general switched capacitor networks using indefinite admittance matrix", IEE Proc., 127, Pt. G, pp.21-32(Feb.1980).
- (8) Kurth, C.F. and Moshytz, G.S.: "Nodal analysis of switched capacitor networks", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-26, pp.93-105(Feb.1979).
- (9) Bruton, L.T.: "RC-active circuit theory and design", Prentice Hall, p.470(1980).
- (10) 佐川, 北沢: "パラメータ抽出記号解析における2, 3の拡張および改良", 信学論(A), J61-A, 8, pp.1004-1011(昭53-10).
- (11) 橋本: "文字演算による線形回路の回路関数の導出プログラム", 信学論(A), J62-A, 6, pp.387-394(昭56-08).
- (12) 本間, 佐川, 神林: "不定アドミタンス行列を用いたSC回路の記号解析", 信学技報, CAS81-45(1981-08).
- (13) 北沢, 佐川: "パラメータ"Pによる線形回路関数の記述および回路解析への応用", 信学論(A), J61-A, 11, pp.1106-1113(昭53-11).
- (14) 大下, 小野田: "同種記号素子を含むSC回路の効率の良い記号伝達関数導出手法", 信学技報, CAS82-56(1982-07).
- (15) 本間, 佐川: "複素内挿法による記号解析の拡張", 信学技報, CAS82-75(1982-10).
- (16) 高村, 太田, 松本: "分割手法とFFTを用いた線形回路網の記号解析", 信学論(A), J65-A, 11, pp.1152-1159(昭57-11).

付 録

(23)式の導出

2.で述べたように、余因子 $X(P)$ を展開し、記号を辞書式に整理すると、

$$X(P) = \sum_{n=0}^{\hat{N}-1} \left\{ x(n) \prod_{i=1}^M P_i^{(n/H_i) \bmod(D_i) - g_i} \right\} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

と表すことができる。 P_i に対して、複素数 $W^{H_i k}$ を割当てると、 $X(P)$ の値は、

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\hat{N}-1} \left\{ x(n) W^{\sum_{i=1}^M \{ (H_i (n/H_i) \bmod(D_i) - g_i H_i) k \}} \right\} \\ (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (\text{A} \cdot 2)$$

となる。上式の右辺において、

$$\sum_{i=0}^M \{H_i \{n/H_i\} \bmod(D_i) - g_i H_i\} = \left(n - \sum_{i=1}^M g_i H_i \right) \quad (\text{A}\cdot 3)$$

であること、つまり、

$$\sum_{i=1}^M H_i \{n/H_i\} \bmod(D_i) = n \quad (\text{A}\cdot 4)$$

であることをまず導く。 n (ただし、 $0 \leq n < \widehat{N}$ の範囲で考える) は、適当な a_i を選択することによって、次式で置き換えることができる。

$$n = \sum_{i=1}^M a_i H_i, \quad a_i \in \{0, 1, 2, \dots, D_i - 1\} \quad (\text{A}\cdot 5)$$

今、

$$\sum_{m=1}^{i-1} a_m H_m < H_i \quad (\text{A}\cdot 6)$$

であることを用い、(A・5)式を(A・4)式の $\{n/H_i\}$ に代入すると、

$$\begin{aligned} \{n/H_i\} &= \left\{ \sum_{m=1}^M a_m H_m / H_i \right\} = \sum_{m=i}^M a_m H_m / H_i \\ &= a_i + \sum_{m=i+1}^M a_m H_m \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 7)$$

となる。(A・7)式を(A・4)式に代入すると、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M H_i \{n/H_i\} \bmod(D_i) &= \sum_{i=1}^M H_i a_i \\ &= n \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 8)$$

ただし、

$$\sum_{m=i+1}^M a_m H_m \bmod(D_i) = 0 \quad (\text{A}\cdot 9)$$

となる。従って、(A・2)式は、

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\widehat{N}-1} \left\{ x(n) W^{\left(n - \sum_{i=0}^M g_i H_i \right) k} \right\} \quad (\text{A}\cdot 10)$$

を得る。 $x(n)$ をFFTを用いて求めるために、余分な $x(n)$ (ただし、 $\widehat{N} \leq n \leq N-1$) と W を付け加えると

$$\begin{aligned} X(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ x(n) W^{\left(n - \sum_{i=0}^M g_i H_i \right) k} \right\} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ x(n) W^{(n-d_1)k} \right\} \\ &\quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

ここで、

$$d_1 = \sum_{i=0}^M g_i H_i \quad (\text{A}\cdot 12)$$

と(23)式を導くことができる。ここで、付け加えた $x(n)$ は、

$$x(n) = 0, \quad \widehat{N} \leq n \leq N-1 \quad (\text{A}\cdot 13)$$

であることに注意してもらいたい。また、(A・11)式での $x(n)$ は $n < \widehat{N}$ の範囲で、(A・1)式の $x(n)$ と対応している。

(昭和57年12月9日受付)