

FFTを用いた複素内挿法の精度改善

正員 本間 仁志[†] 正員 佐川 雅彦[†]

Improving the Accuracy of Polynomial Interpolation Using the FFT

Hitoshi HONMA[†] and Masahiko SAGAWA[†], Members

あらまし Vlachは、多項式の数値係数を求める内挿法の処理が、単位円周上の等分点の値を内挿点として選ぶことによって、離散フーリエ変換として扱えることを報告した。この方法は、多くの優れた特徴を持っているが、多方面で利用されるに伴い、単位円上の等分点の値を内挿点とすることによるこの方法の精度限界が問題となっている。そこで、本論文では、円周上の等分点以外の点から内挿点を選ぶことが可能な複素内挿法を提案し、従来の方法の精度限界を拡張する。この方法は、円周上の等分点を双一次変換した値を内挿点として選ぶ。その処理は、やはり、FFTを用いて行なわれ、従来の方法の優れた特徴を保持している。また、特殊な場合として、内挿点を等分点に選ぶことも可能であり、その場合は、従来の方法に一致する。最後に、本方法を用いてスイッチトキャパシタ回路の記号解析を行ない、その有効性を確認している。

1. ま え が き

Vlachは、多項式の数値係数を求める内挿法の処理が、単位円周上の等分点の値を内挿点として選ぶことによって、離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform, 以下DFTと略記する) として扱えることを報告した⁽¹⁾。この方法は、その処理に高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform, 以下FFTと略記する) が使え、高速演算が可能であるという他に、数値的安定性のパラメータである条件数が1となる非常に安定した方法である⁽²⁾。Leeは、この方法を特性関数の計算に使い、その有効性を確認している⁽³⁾。また、記号解析^{(4)~(6)} や各種の数値計算^{(7)~(9)} の基本的な方法としても、広く使われている。

しかし、アルゴリズムが多方面で使用されるに伴い、単位円上の等分点の値を内挿点とすることによるこの方法の精度限界が問題になっている。Vlachらは、この問題に対し、単位円ではなく、適当な半径の円周上の等分点の値を内挿点として選ぶことによって、この精度限界が拡張できる場合があることを報告している⁽⁴⁾。更に、JohnsonとSewellは、円の中心を、複素平面の原点から実軸上の移動させ、スイッチトキャパシタ

回路 (以下、SC回路と略記する) の記号解析を行なった⁽¹⁰⁾。しかし、これらの精度改善の試みは、従来の方法と同様に、円周上の等分点の値を内挿点に選ぶ必要があり、その効果は非常に特殊な場合に限られる。

そこで、本論文では、円周上の等分点以外の点から内挿点を選ぶことが可能な複素内挿法を提案し、従来の方法の精度限界を拡張する。この方法は、円周上の等分点を双一次変換した値を内挿点として選ぶ。その処理は、やはり、FFTを用いて行なわれ、計算の安定性は従来の方法の特徴を保持している。また、特殊な場合として、内挿点を等分点に選ぶことも可能であり、その場合は、従来の方法に一致する。

本論文ではまず、2.において、従来の方法の精度の限界について検討し、本方法の狙いを明確にする。

3.では、円周上の等分点の値を双一次変換した値を内挿点として選ぶ本方法の基本的な考え方を説明する。最後に、4.では、本方法をSC回路の回路関数の導出に使い、従来の方法に比べ精度のよい多項式展開が可能となることを示す。ここでは、更に、本方法が、その多項式の根の計算においても、精度、処理時間の点で有利であることを確認した。

2 従来の方法とその限界

2.1 従来の内挿法

ここでは、すでに報告されている複素内挿法につい

[†] 東京都立大学工学部電気工学科, 東京都
Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University,
Tokyo, 158 Japan

て簡単に述べる。

x の関数である $f(x)$ が、式(1)のように x の多項式で表わされるとする。

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{N-1} x^{N-1} \quad (1)$$

複素内挿法の目的は、 $f(x)$ から数値係数 a_i を決めることにある。 x の任意の値 x_k に対応する $f(x_k)$ を直接求めることができるとすれば、式(1)は、独立な N 個の x_k のより、 a_i を未知数とする連立方程式となる。報告されている方法では、 x_k の値として、

$$x_k \triangleq W^k, \quad W^k = \exp(-j 2\pi k/N) \quad (2)$$

と選んでいる。この値は、複素平面の原点を中心とする単位円上の等分点となる。この値を式(1)に代入すると、

$$f(W^k) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n W^{nk}, \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

となる。式(3)は、DFTの計算に対応しており、従って、連立方程式を解く手順は、逆DFT計算となる。

$$a_n = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} f(W^k) \cdot W^{-nk}, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

式(2)の選択は、このように連立方程式の解法を容易にするだけでなく、安定した数値計算を可能にする。

2.2 従来の内挿法の精度限界

ここでは、単位円上の等分点を内挿点として選ぶ従来の方法の精度限界について検討し、本研究の目的を明らかにする。

従来の方法は、次の2つの場合に精度良く多項式展開することが困難となる。その1つは、求めようとする多項式の係数の絶対値がばらつく場合である。簡単な例として、係数がばらつかない式(5)と、 N の増加に伴い大きくばらつく式(6)を考えてみる。

$$f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{N-1} \quad (5)$$

$$f(x) = 1 + 10x + 10^2 x^2 + \dots + 10^{N-1} x^{N-1} \quad (6)$$

上式の右辺の x に式(2)の値を代入し $f(W^k)$ ($k=0, 1, \dots, N-1$) を求め、逆FFT計算より再び右辺を復元し、精度の比較を行なった。復元された式(6)の右辺の各係数の相対誤差の最大は、 $N=6$ の場合、 9.8×10^{-4} であるのに対し、 $N=11$ では1桁も精度を維持できない係数があった。また、式(5)は、何れの場合も精度よく復元することができた。但し、用いた計算機は、NECPC-9801で、N88-BASIC(86)の単精度演算でその処理を行なった。

このような多項式の係数のばらつきに伴う内挿法の精度限界は、複素内挿法の計算の中心であるFFTの誤差の振る舞いによる。FFTの誤差解析の結果による¹¹⁾

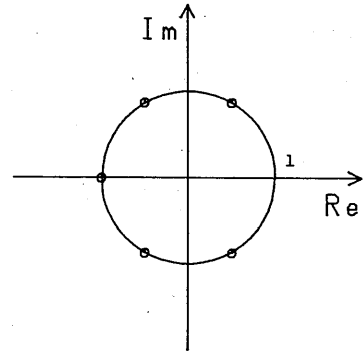


図1 式(5)の根 ($N=6$)
Fig. 1 Roots of Eq. (5) ($N=6$).

と、求められる各係数には、絶対値が最大の係数で決まるほぼ一様な誤差が含まれる可能性がある。従って、相対的に小さな係数は、その相対誤差が大きくなってしまいます。式(6)の例でも、 x^0 の係数の相対誤差が、最も大きくなっている。

多項式の根と係数のばらつきの間には、非常に密接な関係がある。式(5)の根は、全て単位円上にあり(図1参照)、式(6)の根は半径0.1の円周上にある。一般に、単位円より離れた所に多くの根を持つ多項式は、係数がばらついてしまう。

多項式展開のもう1つの悪条件は、展開しようとする関数の根の幾つかが、非常に近い場合に生ずる。近接根を持つ関数を有限桁の係数を持つ多項式で精度良く表現するには、係数に非常に多くの桁数を必要とする。一般に、 m 個の近接根を持つ関数は、多項式展開の際に、近接根を持たない場合の精度を維持するのに係数に m 倍の桁数が必要になることが知られている。また、求められた係数に含まれる誤差が根におよぼす影響(根感度)も、近接根を持つ場合非常に大きくなってしまいます。つまり、関数を有限桁の係数の多項式で表わす場合には、根が近いほど、その関数の持っている情報を失い易くなる。

以上のように、従来の方法は、求めようとする多項式の係数がばらつくほど、係数を精度よく計算することが困難となる。また、近い根を持つ関数を、有限桁の係数の多項式で表わすと、その関数の持つ情報を失い易い。言い換えれば、近い根を持たず、かつ単位円の近くにその根が存在する関数は、複素内挿法を用いて精度よく多項式に展開することができる。

3. 複素内挿法の拡張

関数 $f(x)$ を多項式に展開する際に、従来の方法では、しばしば悪条件となる。 $f(x)$ を、近い根を持たず、かつ単位円上の近くに根が存在する関数に変数変換できれば、この悪条件は回避できる。ここでは、 $f(x)$ を変数変換した形で展開する方法を提案し、この悪条件を改善する。

3.1 内挿点の双一次変換

関数 $f(x)$ を直接変数変換した形で多項式展開するには、内挿点を単位円上の等分点以外の点から選ぶ必要がある。ここでは、内挿点として円周上の等分点の値を双一次変換した値を選ぶことができる内挿法について述べる。

一次の有理関数の一般な形は、

$$x = \frac{\alpha q + \beta}{r q + \delta} \quad (7)$$

で、係数 α, β, r, δ は、任意の複素数となる。但し、 $\alpha\delta - \beta r \neq 0$ と仮定する。式(1)の $f(x)$ に式(7)の変数変換を施すと、

$$f(q) = a_0 + a_1 \left(\frac{\alpha q + \beta}{r q + \delta} \right) + \dots + a_{N-1} \left(\frac{\alpha q + \beta}{r q + \delta} \right)^{N-1} \quad (8)$$

となる。次に、式(8)の両辺に $(r q + \delta)^{N-1}$ を掛け、 q の次数で整理すると、

$$\begin{aligned} f(q)(r q + \delta)^{N-1} &= a_0(r q + \delta)^{N-1} + a_1(\alpha q + \beta)(r q + \delta)^{N-2} \\ &\quad + \dots + a_{N-1}(\alpha q + \beta)^{N-1} \\ &= b_0 + b_1 q + b_2 q^2 + \dots + b_{N-1} q^{N-1} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。ここで、 b_i は、一般に、 $a_j, \alpha, \beta, r, \delta$ で決まる数値係数である。明らかに、式(1)の関数 $f(x)$ の根は、式(9)の根を式(7)に従って双一次変換した値となる。このことは $f(x)$ が悪条件であったとしても、式(7)の各係数の適当な選択によって、内挿に適する条件にできる可能性を意味している。従って、 $f(x)$ から直接式(9)の右辺を決定できれば、 $f(x)$ をより正確に多項式表現することが可能となる。次に、 $f(x)$ から式(9)の右辺を求める内挿法について説明する。

従来の方法は、式(2)に示したように、内挿点上に単位円上の等分点の値 W^k を選ぶ必要があった。本論文では、式(10)の \widehat{W}^k を内挿点として選ぶ。

$$x_k = \widehat{W}^k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

但し、

$$\widehat{W}^k = \frac{\alpha W^k + \beta}{r W^k + \delta}$$

式(1)の関数 $f(x)$ に式(10)の値を代入し、整理すると、

$$\widehat{f}(\widehat{W}^k) = \sum_{n=0}^{N-1} b_n W^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (11)$$

ここで、

$$\widehat{f}(\widehat{W}^k) = f(\widehat{W}^k) \cdot (r W^k + \delta)^{N-1}$$

となる。式(11)は、DFT計算と一致しており、従って、右辺の各係数は従来の方法と同様に逆DFT計算より求められる。

$$b_n = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \widehat{f}(\widehat{W}^k) \cdot W^{-nk} \quad (12)$$

$n = 0, 1, \dots, N-1$

関数 $f(x)$ の多項式展開の目的は、主に次の2つである。1つは、 $f(x)$ の根の計算である。式(9)の変数変換された多項式より $f(x)$ の根を求めるには、まず q の根を求め、次にこの根を式(7)より x の根に変換すれば良い。もう1つは、 $f(x_i)$ の繰り返し計算を効率良く行なうために、 $f(x_i)$ の計算を多項式計算で置き換えるために使われる。この x_i での $f(x_i)$ の値は、式(12)で求められる多項式を用いても、式(7), (9)より次のように容易に計算される。

$$f(x_i) = \frac{1}{(r q_i + \delta)^{N-1}} \{ b_0 + b_1 q_i + \dots + b_{N-1} q_i^{N-1} \} \quad (13)$$

但し、

$$q_i = \frac{\beta - x_i \delta}{r x_i - \alpha}$$

もちろん、内挿で求められた式(9)の右辺は、基の式(1)の x の多項式に変換することもできる。式(13)の q に $(\beta - x\delta)/(rx - \alpha)$ を代入し、式(9)を導出する際の整理を2項定理を用いて行なえば、 q の多項式は x の多項式に変換される。

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{(r\beta - \alpha\delta)^{N-1}} \{ b_0(rx - \alpha)^{N-1} \\ &\quad + b_1(rx - \alpha)^{N-2}(\beta - x\delta) \\ &\quad + \dots + b_{N-1}(\beta - x\delta)^{N-1} \} \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{N-1} x^{N-1} \end{aligned} \quad (14)$$

以上のように、変数変換された多項式は、 $f(x)$ の情報を全て持っており、 $f(x)$ の根や $f(x_i)$ の値を容易に求めることができる。従って、近い根を持たず、かつ単位円上の近くに根が存在する多項式に $f(x)$ を変数変換できれば、 $f(x)$ を直接多項式展開するより $f(x)$ の持つ情報を失わずに多項式展開することが可能とな

る。この変数変換は、式(7)の x と q の関係と式(10)から明らかなように、内挿点 \hat{W}^k を $f(x)$ の根の近くに選ぶことによって行なわれる。

3.2 内挿点の選択

ここでは、従来の内挿点 W^k と式(10)の \hat{W}^k の関係を検討し、特に実用性が高いと考えられる円周上の不等点からの内挿点の選択を中心に述べる。

式(7)の x と q の間には、係数を限定することにより、以下の関係が成立する。

〔性質1〕 単位円をそれぞれ自身に対応させる一次有理関数は、

$$x = \frac{\alpha q - \beta}{\beta^* q - \alpha^*}, \quad |\beta| \neq |\alpha| \quad (15)$$

である¹⁰⁾。但し、 β^* 、 α^* は、 β 、 α の共役複素数である。変換係数を式(15)の条件を満たすように選ぶと、式(10)の内挿点 \hat{W}^k は、単位円上の値となる。更に、実用性を考慮して α 、 β を実数とし、 $\alpha = T\beta$ とすると、式(10)の \hat{W}^k は、

$$\hat{W}^k = \frac{T \cdot W^k - 1}{W^k - T}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (16)$$

となる。

〔性質2〕 式(17)の \hat{W}^k は、半径 $|R|$ の円周上の値となる。

$$\hat{W}^k = R \cdot \frac{T \cdot W^k - 1}{W^k - T}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (17)$$

〔性質3〕 式(17)で $T=0$ に選ぶと、 \hat{W}^k は半径 $|R|$ の円周上の等分点の値となる。

〔性質4〕 式(17)で、 $R=-1$ 、 $T=\infty$ に選ぶと W^k は W^k に一致する。

図2において、図(a)が基の W^k の値であり、その他は式(17)の各係数値を変えた時の \hat{W}^k の値を示している。 T の値を $T=0$ 、 $T=\infty$ 以外に選ぶことによって、内挿点 \hat{W}^k は、円周上の不等分点となる。 T を1に近づけるほど、内挿点の殆どは複素平面の $1+j0$ の近くに集まる。また、 T を -1 に近づけることによって、 $-1+j0$ の近くに内挿点を選択できる。このような変換の性質を参考にし、内挿点の選択を行なった例を次に示す。

まず、半径0.1の円周上に根を持つ式(6)の $f(x)$ の展開を考えてみる。多項式の係数のばらつきを抑えるには、 $f(x)$ を単位円上の近くに根を持つ関数に変数変換すればよい。そのためには、内挿点 \hat{W}^k を $f(x)$ の根の近くである半径0.1の円周上から選ぶことが必要となる。図2(b)の内挿点を選び内挿法を実行すると、係

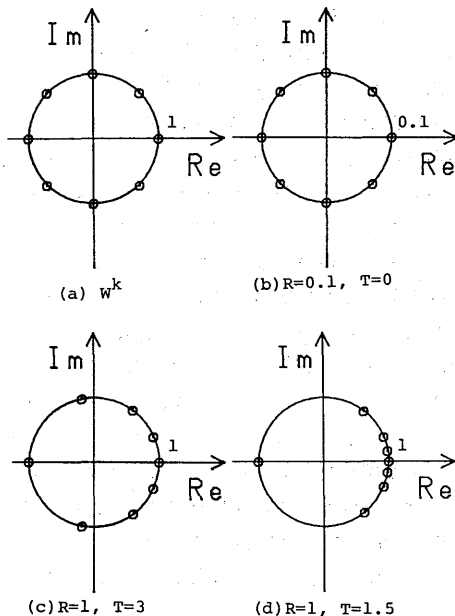


図2 W^k と変換された内挿点 \hat{W}^k ($N=8$)
Fig. 2 W^k and transformed points \hat{W}^k ($N=8$).

数のばらつきがない式(18)の多項式が得られる。

$$f(q) = 1 + q + q^2 + \dots + q^{N-1} \quad (18)$$

式(18)の根はすべて単位円上にあり、内挿条件は式(5)と同じとなる。ここで、半径0.1ではなく0.2あるいは0.3に選んでしまったとしても、半径を1.0に選ぶ従来の方法に比べ大きな精度改善が期待できることに注意してもらいたい。3.1で述べたように、式(18)から $f(x)$ の根や $f(x_i)$ の値は容易に計算され、また、 $f(x)$ の多項式を復元することもできる。このように、単位円ではなく任意の半径の円周上の等分点を内挿点として選ぶ方法は、Vlachらが既に報告している⁴⁾。しかし、報告されている方法は、係数のばらつきを抑えるには効果はあるが、近い根を持つ関数の多項式展開の際の条件改善には意味がない。それに対し、本方法は、変換係数の適当な選択によって、係数のばらつきはもちろん、近い根を持つ関数の展開においても有効となる。

近い根を持つ関数の展開例として、 $1 \pm j \cdot 0.001$ に根を持つ2次関数 $f(x)$ を考える。正確に多項式を求めることができたとするれば、

$$f(x) = x^2 - 2x + 1.000001 \quad (19)$$

となるはずである。一方、単精度演算で従来の内挿法を実行し、 $f(x)$ より10進6桁の精度でその係数が決定されたとするると、

$$f(x) = x^2 - 2x + 1.00000 \quad (20)$$

なる。しかし、式(20)の根は、明らかに1の重根であり、式(19)の根とは異なってしまう。それに対し、式(17)の変換係数を $R=1, T=1.01$ に選び、やはり10進6桁の精度で $f(x)$ を多項式展開すると、式(20)からは求めることができなかった $f(x)$ の根を $0.999999 \pm 0.000999996j$ と4桁以上の精度で求めることができた。ここで、重根の情報しか持っていない式(20)の右辺を、同じ条件で変数変換しても、 $f(x)$ の正確な根は得られないことに注意してもらいたい。

以上のように、内挿点を $f(x)$ の根の近くを選ぶことができれば、内挿の際の悪条件を改善できる。本論文で提案した方法は、円周上の等分点ではなく、その値を双一次変換した値を選ぶことが可能であり、従来の方法に比べ、自由に内挿点を選択できる。その結果、従来の内挿法では、精度良く多項式展開できなかった関数でも、本方法を用いることによって展開可能となる。

4 SC回路の記号解析

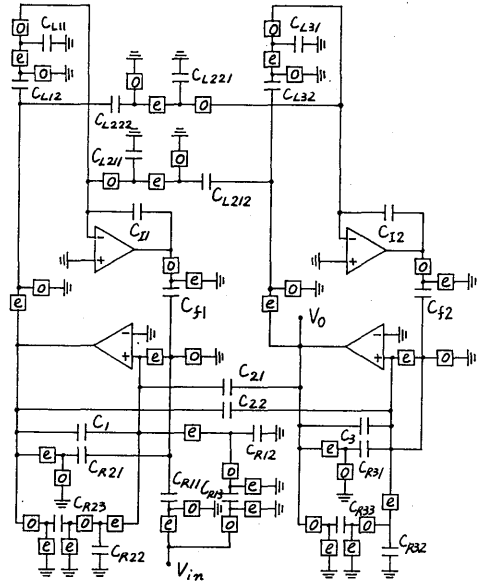
本方法の有効性を確認するために、本方法を用いてSC回路の記号解析を行なった。

SC回路を節点解析¹³⁾することによって、回路関数の分母、分子は行列式で表わすことができ、この行列式は内挿法によって複素周波数 (Z 変数) の多項式として展開できる。SC回路の電圧伝達関数の分母、分子の根は、しばしば非常に近い根を持つことが知られている。例えば、LCはしご形フィルタを模擬して設計された図3の3次ハイパスフィルタの極、零点は、図4のようになる。表1は、この回路の分子を、(a)内挿点を単位円上の等分点に選ぶ従来の方法¹¹⁾、(b)式(17)に内挿点を選ぶ本方法、それに(c)JohnsonとSewellが提案した $1+j0$ を中心とする単位円の等分点より内挿点を選択する方法¹⁰⁾ で得られた多項式を比較したものである。ここで、(c)の方法で求められた多項式の係数が大きくばらついていることに注意してもらいたい。

表1 図3の回路の分子多項式

Zの次数	従来の方法	本方法 T=1.02, R=1	Johnsonらの方法
0	-119.030	-4.35480	0.0
1	238.001	1.01645	.118000
2	0.0	0.0	.177000
3	-238.001	-1.01645	238.119
4	119.030	4.35480	119.030

しかし、この例に関しては、3つの方法とも正確に多項式展開できることが求められた多項式の根の値より確認された。(b)および(c)の方法で得られた多項式の根は、図5のように計算された。根が近いにも拘らず(a)や(c)の方法で精度良く多項式展開できた理由は、図3の分子の持っている情報が6桁の係数の多項式で正確に表わ



$$C_1=C_2=11.928, C_{2i}=11.903, C_{1i}=10.000, C_{fi}=0.500$$

$$C_{L1i}=C_{L3i}=4.284, C_{Rk2}=C_{Rk3}=1.000, C_{Rk1}=0.500$$

$$C_{L2ij}=0.236, (i,j=1,2, k=1,2,3)$$

図3 3次SC高域通過フィルタ¹³⁾
Fig. 3 3rd order SC high pass filter¹³⁾.

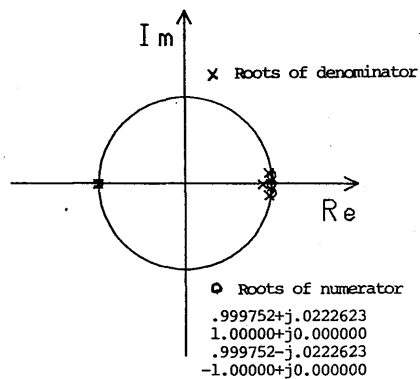


図4 図3の回路の極と零点
Fig. 4 Poles and zeros of the network shown in Fig. 3.

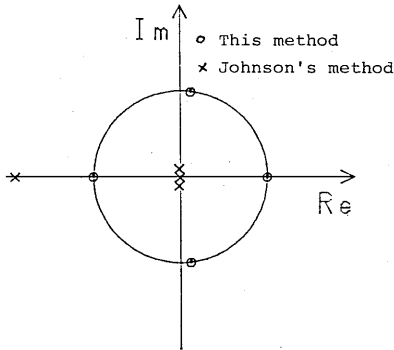


図5 変数変換された根
Fig. 5 Transformed roots.

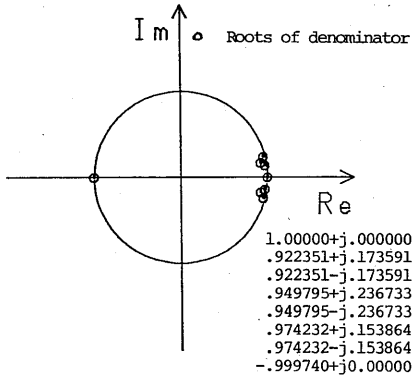


図6 6次SC帯域除去フィルタの極¹⁰⁾
Fig. 6 Roots of denominator of 6th order SC network¹⁰⁾

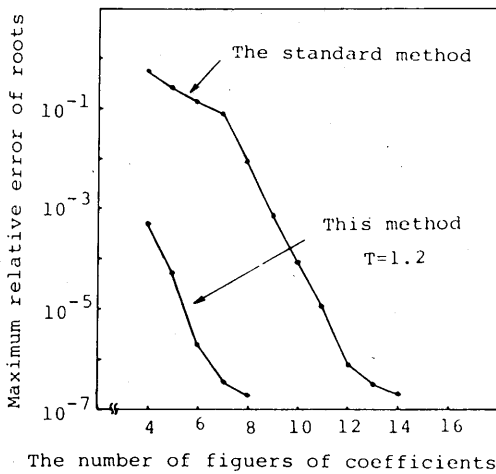


図7 係数の桁数と多項式の精度の関係
Fig. 7 Relation between accuracy of polynomials and the number of figures of coefficients.

表2 内挿法の比較

	従来の方法	本方法 T=1.2, R=1	Johnsonら の方法
Zの次数	多項式の係数		
0	-.820836	-1.51473	0.00000
1	4.99021	.863363	1.03012E-4
2	-11.9204	-4.86130	8.89227E-4
3	12.4946	1.50755	.0113350
4	-.857393	-2.34494	.0547224
5	-11.8065	-.683158	.320271
6	12.6133	4.54356	.762245
7	-5.69301	-1.68738	2.30698
8	1.00000	4.17779	1.00000
根の最大 相対誤差	1.5E-1	6.1E-6	1.2E-3
根の平均 相対誤差	8.9E-2	8.6E-7	6.3E-4
収束回数	43回	25回	38回

せること、それに多項式の次数が低いため内挿に伴う絶対誤差が少ないことによる。

一方、多項式展開の目的の一つである根の計算においては、図4、図5の根の位置から予想できるように、その計算の際の収束の速さに大きな差がでた。DKA法¹³⁾を使用した結果、(a)の方法で求められた多項式の根を全て計算するのに24回、(c)では21回の収束計算を必要としたのに対して、本方法の場合には11回でその全ての計算を終わることができた。

次に、図6の位置に根を持つ6次のSC回路¹⁰⁾の分母の導出に内挿法を用いた。この回路の分母は、8次となるが分子の根で打ち消して6次の回路を実現している。表2は、(a)、(b)、(c)の方法を単精度で実行して得られた結果を比較したものである。分母の持っている情報をどれだけ失わずに多項式表現できるかを比べるために、各々の方法で得られた表2の8次の分母多項式より根を求め正確な根と比較し、その相対精度を計算した。但し、正確な根を $p_i = r_i + j\epsilon_i$ 、求められた根を $p'_i = r'_i + j\epsilon'_i$ とすると、その相対誤差 E_i は、

$$E_i = \frac{\sqrt{(r_i - r'_i)^2 + (\epsilon_i - \epsilon'_i)^2}}{\sqrt{r_i^2 + \epsilon_i^2}} \quad (21)$$

となる。表2より明らかなように、本方法は、従来の方法に比べ精度よく多項式展開できていることが分かる。また、根を計算する際の収束回数もDKA法の場合に比較すると、本方法が有利である。

図7は、(a)の従来の方法と本方法を、多項式の係数の桁数を変えて比較したものである。多項式の根の最大相対誤差に注目することにより、分母を精度良く多項式展開するのに必要な係数の桁数が考察できる。例えば、(a)の方法が12桁の係数で維持できる精度を、本

表3 内挿点の選択と精度 ($R=1$)

	T=1.1	T=1.2	T=2.0	T=3.0	T=10
根の最大 相対誤差	4.7E-6	6.1E-6	3.9E-6	3.4E-5	1.5E-3
根の平均 相対誤差	1.4E-6	8.6E-7	2.3E-6	2.2E-5	9.3E-4

方法を用いることによって約半分の6桁の係数でその精度が維持できることが分かる。更に高次のSC回路の解析等で条件が厳しくなった場合に、従来の方法では倍精度演算でも多項式展開が困難になることが予想されるのに対し、本方法では精度的に十分余裕がある。

表3は、本方法で T の値を変えた場合、つまり内挿点を変えた場合の精度を単精度で比較したものである。この表より、 T の選択には幅があり、内挿点を決める際に必要になる根の予測は、大まかな予測で十分その精度改善効果を期待できることが分かる。表2との比較から明らかなように、 T を10に選んでしまったとしても、(c)のJohnsonらの方法とほぼ同程度の精度が維持できることが分かる。

以上のように、本方法は、近い根を持つ場合の多項式展開を、変数変換によって根を離れた形で多項式展開できる。そして、その変換は、多項式の係数がばらつくのをおさえて行なうことができ、その結果、従来の方法に比べ精度良く多項式展開を行なうことが可能となる。また、その内挿点の選択には、幅があり、根の大まかな位置より十分決定できる。

5. む す び

本論文では、まず、内挿点を単位円上の等分点から選ぶ従来の内挿法では、多項式展開される関数が近い根を持つ場合や求めようとする多項式の係数の絶対値がばらつく場合には精度良く多項式を決定することができないことを述べた。そして、そのような場合には、関数を変数変換した形で多項式展開することが必要であることを説明した。

この変数変換のためには、内挿点を円周上の等分点以外の点から選ぶ必要がある。そこで、内挿点として等分点を双一次変換した値を選ぶことができる内挿法を提案し、SC回路の記号解析に用いることによりその有効性を示した。本方法を用いることによって、従来の方法に比べ精度の良い多項式展開が可能となると同時に、その根の計算も容易になることが確認された。

本論文では、円周上の不等分点からの内挿点の選択を中心に述べた。変換係数の適当な選択によって、もちろん円周上以外からの選択も可能である。今後は、変換係数と内挿点の関係を更に検討し、本方法の多方面での応用を試みる予定である。

謝辞 有益な御教示を頂いた、東京工業大学小野田真穂樹教授に厚く感謝する。また、日頃、暖かい御教示を頂く、長岡技術科学大学神林紀嘉助教授に感謝する。

文 献

- (1) K. Singhal and J. Vlach: "Interpolation using fast Fourier transform", IEEE Proc. pp.1558-1558 (Dec.1972).
- (2) J. Vlach and K. Singhal: "Computer methods for circuit analysis and design", Van Nostrand Reinhold Com.(1983).
- (3) T. Lee: "A simple method to determine the characteristic function $f(\lambda) = |\lambda - A|$ by discrete Fourier series and fast Fourier transform", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-23, pp.242-242 (April 1976).
- (4) K. Singhal and J. Vlach: "Generation of immittance functions in symbolic form for lumped distributed active networks", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-21, pp.57-67 (Jan.1974).
- (5) 高村, 太田, 松本: "分割手法とFFTを用いた線形回路網の記号解析", 信学論(A), J65-A, 11, pp.1152-1159 (昭57-11).
- (6) 本間, 佐川: "複数個の同種記号について整理された回路関数を与える記号解析", 信学論(A), J66-A, 5, pp.424-431 (昭58-05).
- (7) 奥村, 木島: "離散的フーリエ変換により非線形の周期解を求める", 信学論(A), J62-A, 3, pp.191-196 (昭54-03).
- (8) 岡本, 山下: "巡回構造をした2次元デジタルフィルタの伝達関数行列および出力をFFTアルゴリズムを用いて求める方法", 信学論(A), J63-A, 1, pp.17-24 (昭55-01).
- (9) Q. T. Nam, 太田, 松本: "高速フーリエ変換アルゴリズムによる有理関数行列の逆行列の計算法", 信学論(A), J61-A, 9, pp.813-819 (昭53-09).
- (10) D.G. Johnson and J.I. Swell: "Improved Z plane polynomial interpolative analysis of switched capacitor networks", IEEE Trans. Circuits Syst., CAS-31, pp.666-668 (July 1984).
- (11) 本間, 佐川: "浮動小数点FFTの精度改善と誤差評価", 信学論(A), J67-A, 4, pp.336-343 (昭59-04).
- (12) E. Hökenek and G.S. Moschyz: "Analysis of general switched capacitor networks using indefinite admittance matrix", IEE Proc., 127, Pt. G, pp.21-32 (Feb.1980).
- (13) 戸川隼人: "数値計算法", コロナ社, 7章(昭56).

- ⑭ 上野, 井上, 益田: “広域通過及び帯域除去SCFの一安定化法”, 信学技報, CAS84-38(1984-06).
- ⑮ 上野, 井上, 本田: “SCイミタンス変換器を用いた双一次SCフィルタ”, 信学技報, CAS83-90(1983-08).
- ⑯ 高木貞治: “代数学講義”, 共立出版, 1章(昭47, 改訂新版12刷).

(昭和60年4月12日受付)



本間 仁志

昭55 長岡技科大・工・電気電子システム工学課程卒. 昭57 同大学院修士課程了. 同年都立大・工・電気助手. 数値計算法, 回路網の電算機解析の研究に従事.



佐川 雅彦

昭32 東工大・理工・電気卒. 昭39 同大学院博士課程了. 同年東工大助手. 昭41 東京都立大助教授. 昭58 同大教授. 工博. 時変回路, 能動回路, CADの研究に従事. 著書「基礎回路解析」, 「現代回路解析」(共著), IEEE会員.