

有限語長によるFIRフィルタの特性劣化と 零点配置の関係について

正員 本間 仁志[†] 准員 森 幸男[†] 正員 佐川 雅彦[†]

Relation between Effects of Coefficient Quantization and
Zero Locations in FIR Digital Filters

Hitoshi HONMA[†], Member Yukio MORI[†], Associate Member and
Masahiko SAGAWA[†], Member

あらまし 有限の係数語長を用いることによる特性劣化の問題は、経済性と関連して重要な問題にある。この特性劣化の性質は、根配置と密接な関係にあるが、従来の研究では、近接根の影響のみを問題にしてきた。従って、その考察には限界があり、IIRフィルタと異なり、多くの離れた零点を持つFIRフィルタの特性劣化の性質は、理論的に説明することができなかつた。そこで、本論文では、特性劣化を根感度で評価し、近接根が特性劣化を強調するのに対し、離れた根は劣化を軽減する働きがあることを指摘する。また、根感度は、近い根と離れた根のバランスで決まり、バランスの取れた根配置の一つに単位円周上の等分点があることを述べる。そして、構成法に大きく依存する特性劣化の性質が、このバランスの崩れとして説明できることを示す。最後に、縦統形構成法でも、従来のような2次回路もしくは2次回路と4次回路を用いる構成法より、より低感度の構成法があることを述べ、本理論の有効性を確認する。

1. ま え が き

FIRフィルタの係数量子化効果は、その根配置や構成法によって大きく異なる。本論文では、係数量子化による特性劣化の性質を、根配置から説明する。

デジタルフィルタは、デジタル信号処理の中核として重要な位置にある。その実現の際には、有限の語長を使う必要があり、それに伴う特性劣化が経済性と関連して問題になる。この有限語長の影響は、根配置や構成法と密接な関係があり、IIRフィルタでは、極が密接して群をなして存在するほど、つまり高次で狭帯域な仕様ほど、量子化の影響が大きくなる。また、量子化の見地から、直接形構成法より縦統形や並列形構成法が好ましいことが知られている⁽¹⁾。それに対し、FIRフィルタでは、構成法やフィルタ仕様と係数量子化効果の関係は明確にされておらず、縦統形が直接形構成法より必ずしも有利とは限らないことや、特に通過域特性が劣化し易いことも、実験的にしか分かっていない⁽²⁾。

従来の係数量子化効果の研究は、主に、乗算器の係数変動に対する根感度⁽³⁾や周波数特性感度⁽⁴⁾、もしくは統計的な量⁽⁵⁾を用いて行われてきた。周波数特性感度を用いた場合、フィルタ特性における通過域と阻止域の感度の比較等には有効であるが、フィルタ仕様や構成法との関係は検討し難い。また、統計的な処理も、縦統形構成法についての報告はなく、構成法と係数量子化効果の関係を説明するには至っていない。それに対し、根感度を用いると、構成法やフィルタ仕様との関係は、根配置と根感度の関係として説明できる。しかし、報告されている根感度を用いた研究は、近接根が量子化効果を大きくすることは指摘しているが、離れた根の影響は問題にしていない。そのため、その考察には限界があり、FIRフィルタのように多くの離れた根を持つ場合の量子化効果は、明確に説明することができなかつた。

本論文では、固定小数点の場合を例にして、係数量子化による特性劣化を評価するために根感度を定義し、離れた根が量子化効果を軽減する働きがあることを述べる。また、係数量子化効果は、近い根と離れた根のバランスで決まり、バランスの取れた根配置の一つとして単位円周上の等分点があることを指摘する。次に、

[†] 東京都立大学工学部電気工学科, 東京都
Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University,
Tokyo, 158 Japan

フィルタ仕様や構成法と量子化効果の関係は、このバランスのくずれとして説明できることを示す。最後に、縦続形構成法でも、従来のような2次回路もしくは2次と4次回路を用いる構成法より、より係数量子化の影響が小さい構成法があることを述べる。

2 特性劣化と根感度

ここでは、係数量子化による特性の尺度として、根のずれを考え、乗算器係数の誤差と根のずれを結び付ける根感度を評価関数として定義する。

2.1 根感度の定義

今、FIRフィルタの伝達関数を、

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (1)$$

と表す。ここで、 $H(z)$ は、 n 個の零点 z_1, z_2, \dots, z_n を持つとする。この中の任意の零点 $z_i = r_i \exp(j\theta_i)$ に対して、次の二つの量を定義する。

[定義1] 相対根感度

$$S_{\alpha_k}^{z_i} = \frac{1}{z_i} \frac{\partial z_i}{\partial a_k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

[定義2] 根感度の絶対値和

$$S_A^{z_i} = \sum_{k=0}^n |S_{\alpha_k}^{z_i}| \quad (3)$$

式(1)の相対根感度は、 z_i が単根であると仮定すると、

$$S_{\alpha_k}^{z_i} = \frac{-1}{z_i} \frac{\partial H(z)/\partial a_k}{\partial H(z)/\partial z} \Big|_{z=z_i} \quad (4)$$

$$= \frac{z_i^{n-k-1}}{a_0 \prod_{j=1}^n (z_i - z_j)}$$

と表せる。2根間の距離 D_{ij} 、

$$D_{ij} = |z_i - z_j| = \sqrt{r_i^2 + r_j^2 - 2r_i r_j \cos(\theta_i - \theta_j)} \quad (5)$$

を用いると、式(4)は、

$$|S_{\alpha_k}^{z_i}| = \frac{r_i^{n-k-1}}{|a_0| \prod_{j=1}^n D_{ij}} \quad (6)$$

となる。従って、根感度の絶対値和は、

$$S_A^{z_i} = \frac{R_i}{|a_0| \prod_{j=1}^n D_{ij}} \quad (7)$$

但し、

$$R_i = \frac{r_i^{-1} - r_i^n}{1 - r_i} \geq 1, \quad (r_i \neq 1)$$

$$= n + 1, \quad (r_i = 1)$$

で与えられる。

以上のように、根感度の絶対値和は、 D_{ij} 、つまり根配置に大きく依存する。そして、根の位置関係には、根感度の絶対値和を大きくする関係と、小さくする関係があることが分かる。任意の根 z_j が、 z_i に対して、根感度の絶対値和を小さくする関係にあるための必要条件は、明らかに、 $D_{ij} > 1$ となる。従って、 z_i に対して、 $D_{ij} < 1$ の関係にある全ての根は、 z_i の根感度を大きくする。また、 n 次多項式(根 z_i を含む)に根 z_j を付加し、 $n+1$ 次多項式にした時(但し、 a_0 は変わらないとする)、 z_i の根感度の絶対値和が小さくなるための十分条件は、

$$\frac{R_i}{|a_0| \prod_{p=1}^n D_{ip}} > \frac{R_i + r_i^n}{|a_0| D_{ij} \prod_{p=1}^n D_{ip}}$$

より、

$$(R_i + r_i^n) / R_i D_{ij} < 1 \quad (8)$$

となる。逆に、 n 次多項式から根 z_j を取り除いた $n-1$ 次の多項式における z_i の根感度の絶対値和が、 n 次多項式の場合より小さくなるための十分条件は、

$$R_i / \{(R_i - r_i^{n-1}) D_{ij}\} > 1 \quad (9)$$

である。このように、根感度は、近い根と離れた根の影響のバランスで決まっている。

2.2 特性劣化の評価

ここでは、量子化に伴う係数誤差と根のずれを、2.1で定義した根感度で結び付ける。また、根のずれと特性劣化の関係を検討する。

式(1)の n 次多項式の係数を量子化した関数 $H(z)$ を、次式で表す。

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (10)$$

但し、

$$a_k = a_k + \Delta a_k, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

このような量子化に伴って、式(1)の根も変動する。そこで、式(10)に対応する根を、

$$z_i = z_i + \Delta z_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

と表すと、根の変動量 Δz_i は、微小係数誤差 Δa_k との間に、次の近似関係が成立する。

$$\frac{\Delta z_i}{z_i} \approx \sum_{k=0}^n S_{\alpha_k}^{z_i} \cdot \Delta a_k \quad (11)$$

今、ここでは、各係数を固定小数点表示で、 q ビットに量子化する場合を考える。この時、量子化による係数誤差 Δa_k には、量子化方法によって、

$$|\Delta a_k| \leq PQ\alpha \quad (12)$$

但し、

$$P = \begin{cases} 1, & (\text{切上げ, 切捨て量子化}) \\ 1/2, & (\text{丸め量子化}) \end{cases}$$

$$Q = 2^{-q}$$

$$\alpha = \max_k \{ |a_k| \}$$

の関係がある。式(12)の関係を用いると式(11)は、更に、

$$\left| \frac{\Delta z_i}{z_i} \right| \leq PQ\alpha \sum_{k=0}^n |S_{\alpha k}^{z_i}| \quad (13)$$

と表せる。また、根感度の絶対値和を用いると、

$$\left| \frac{\Delta z_i}{z_i} \right| \leq PQE_i \quad (14)$$

但し、

$$E_i = \alpha S_A^{z_i}$$

となる。ここで、 P と Q は、根配置や次数とは無関係に決まる定数である。本論文では、根配置によって決まる E_i を、根 z_i に対する係数量子化の影響を評価する値として用いる。

根が理想的な値からずれることにより、特性劣化が生ずる。次に、根のずれと特性劣化の関係について検討する。特性劣化を直接評価する値として、以下で定義される周波数特性の係数感度がある。

[定義3] 相対係数感度

$$S_{\alpha k}^{G(\omega)} = \frac{1}{G(\omega)} \frac{\partial G(\omega)}{\partial a_k}$$

但し、 $G(\omega) = |H(\exp(j\omega T))|$

[定義4] 係数感度の絶対値和

$$S_A^{G(\omega)} = \sum_{k=0}^n |S_{\alpha k}^{G(\omega)}|$$

この係数感度を用いることによって、各係数誤差による振幅特性の相対変動量は、

$$\Delta G(\omega) = \{G(\omega) - G(\omega)\} / G(\omega) \leq PQ\alpha S_A^{G(\omega)} \quad (15)$$

但し、 $G(\omega) = |H(\exp(j\omega T))|$

と表される。ここで、 $PQ\alpha$ とは、式(12)で定義された量である。 $\Delta G(\omega)$ は、根のずれ Δz_i を用いても表現できる。 $G(\omega)$ は、式(1)より、

$$G(\omega) = |a_0 z^{-n}| \prod_{i=1}^n |\exp(j\omega T) - z_i| \quad (16)$$

であり、また、式(10)より、

$$\begin{aligned} G(\omega) &= |a_0 z^{-n}| \prod_{i=1}^n |\exp(j\omega T) - z_i - \Delta z_i| \\ &\leq |a_0 z^{-n}| \prod_{i=1}^n \{ |\exp(j\omega T) - z_i| \\ &\quad + |\Delta z_i| \} \end{aligned}$$

$$\approx G(\omega) + \sum_{i=1}^n G(\omega) |\Delta z_i| / |\exp(j\omega T) - z_i| \quad (17)$$

となる。従って、振幅特性のずれ $\Delta G(\omega)$ は、式(16)、式(17)を用いると、

$$\Delta G(\omega) \leq \sum_{i=1}^n |\Delta z_i| / |\exp(j\omega T) - z_i| \quad (18)$$

と与えられる。

以上のように、係数量子化による根のずれの大きさは、根の互いの位置関係に大きく依存する根感度と与えられる。そして、式(18)から、振幅特性の劣化は、ずれの大きい根の近傍の周波数で顕著になることが分かる。また、その傾向は、その周波数の近傍に多くのずれの大きい根が存在するほど強調される。

3. 直接形構成法での係数量子化効果

ここでは、直接形でFIRフィルタを構成した場合の係数量子化効果について検討する。直接形構成での係数量子化効果の性質が、根配置のバランスを用いて説明できることを示す。

3.1 根配置のバランス

2.1で述べたように、根の互いの位置関係によって、根感度を大きくする関係と、小さくする関係がある。このことは、近接根がある場合でも、他の根によってその近接根の影響を軽減できる可能性を意味する。ここでは、次数が上がって近接根が存在しても、全ての根感度が小さい値を維持できる根配置を、バランスの取れた根配置と考える。

バランスの取れた根配置の一つに、単位円周上の等分点がある。単位円周上の n 等分点に零点を持つ伝達関数の一つは、

$$H(z) = a_0 - a_0 z^{-n}$$

と与えられる。上式は、高次となり近接根を持つ場合でも、根感度の絶対値和が小さな値となり得る。表現を簡単にするために、偶数次の n 次多項式で考えると、定義2より、

$$S_A^{z_i} = \frac{n+1}{|a_0| \prod_{j=1}^n D_{ij}} \quad (19)$$

但し、

$$D_{ij} = 2 \sin(\pi j/n)$$

と表せる。ここで、式(5)における θ_j は、 $\theta_j = \theta_i - 2\pi j/n$ としている。式(19)は、更に、次式のように整理される⁽⁶⁾。

$$S_d^j = \frac{n+1}{2^n |a_0| \prod_{j=1}^{n/2} \sin^2(\pi j/n)}$$

$$= \frac{1}{|a_0|} \frac{n+1}{n} \tag{20}$$

上式から明らかなように、単位円周上の等分点における根感度の絶対値和は、全ての根で等しい値となり、かつ高次でも小さな値を維持できる。評価関数 E_i も、

$$1 < E_i = (n+1/n) < 2$$

となり、根配置のバランスの良さを表している。図1は、近接根とそれを打ち消す根の関係を説明したものである。前記したように、 z_j が z_i の根感度の絶対値

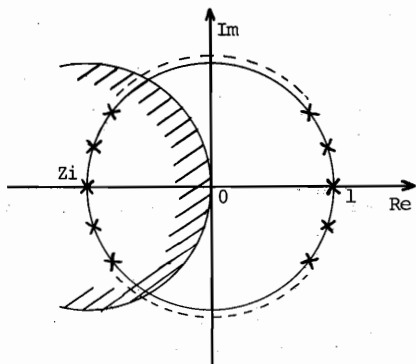


図1 単位円周上の等分点
Fig.1 Roots uniformly spaced on the unit circle.

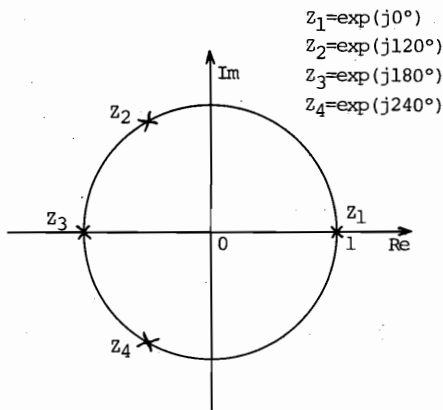


図2 バランスを崩した根配置
Fig.2 A example of unbalanced root locations.

和を小さくするための必要条件は、2点間の距離である D_{ij} が1以上であることである。従って、図1の z_i を中心とする単位円内の根は、全て z_i の根感度の絶対値和を大きくしており、円外の根の幾つかでそれを打ち消し、バランスを保っている。円内の z_i に近い根ほど、 z_i の根感度を大きくし、円外の離れた根ほどその影響を軽減している。

図2は、円周上の等分点の幾つかを取り去り、根配置のバランスを崩した例である。バランスのとれた状態に比べて、明らかに z_1 は量子化の影響を受け難く ($E_1 = 0.83$)、その他の根は受け易くなる ($E_2 = 1.6, E_3 = 2.5, E_4 = 1.6$)。

3.2 零点配置と量子化効果

図3は、直線位相を持つFIR低域通過フィルタの代表的な零点配置を説明している。FIRフィルタの零点配置は、明らかに、円周上の等分点とは異なり、3.1で述べたバランスは崩れている。FIRフィルタの係数量子化効果の性質は、このバランスの崩れとして説明することができる。

図3におけるバランスの崩れは、大きく次のように考えられる。

- (a) $(-1, 0)$ の近くの根に対して、根感度を大きくする関係にある根は、ほぼ等分点の場合と同じように存在するとすると、小さくする関係にある根は減っている。
- (b) $(1, 0)$ の近くの根に対して、根感度を小さくす

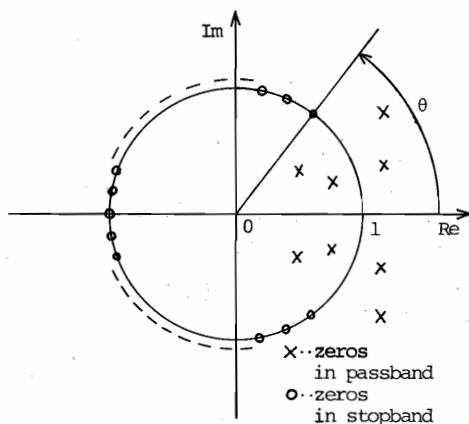


図3 FIR低域通過フィルタの代表的な零点配置
Fig.3 A typical zero location in FIR lowpass filters with linear phase.

る関係にある根は、ほぼ等分点の場合と同様に存在する。

上記の崩れは、係数量子化によって、一般に、通過域より阻止域の根（図3の○）が変動し易いことを意味する。

このような傾向は、もちろん、フィルタの仕様によって異なる。阻止域の根の数 n_s 、通過域の根（図3の×）の数 n_p （但し、 $n = n_s + n_p$ ）が一定であるとすれば、一般に、図3の θ が大きいほど上記の傾向は強調される。また、 θ と n_p が一定であれば、 n が大きいほど、 θ と n が一定であれば、 n_p が小さいほど阻止域特性は劣化し易くなる。逆に、バランスのとれた根配置に近づくほど、上記の傾向は弱くなり、阻止域の根の互いの近さによっては通過域の根のほうが変動し易くなることもあり得る。

図4は、逐次近似法である Remez Exchange 法⁽⁷⁾ で設計された低域通過フィルタの根感度 E_i を示している。本論文では、フィルタ仕様を規定する各パラメータを次のように表す。

- f_p : 通過域遮断周波数
- f_s : 阻止域遮断周波数
- Δf : 遷移帯域幅 ($f_s - f_p$)
- δ : 通過域リップル値

図4から、遷移帯域幅の増加に伴い図3の θ が大きくなり、バランスの崩れが強調され、阻止域の根感度が大きくなっているのが分かる。通過域の根感度は、十分小さな値であり、阻止域ほど強くフィルタ仕様の影響を受けない。

θ は通過域遮断周波数によっても大きく変化し、図5に示すように、阻止域の感度はその影響を受ける。但し、図5からも分かるように、 f_p の増加に伴い、一般に、通過域の根の数 n_p も増える。従って、バランスの崩れは図4ほど顕著ではない。また、 n_p の増加は、 n_s の減少を意味し、大きくずれる根の数を減少させる。阻止域の根のずれの増大とその数の減少は、振幅特性の劣化に対して（式(18)参照）相反する傾向である。

図6、図7は、図4、図5に示したフィルタ仕様に対する係数感度の絶対値和である。2.2で述べたように、ずれの大きい根の近傍の周波数で、つまり阻止域での特性劣化が大きくなるのが分かる。遷移帯域幅の変化に対しては（図6）、バランスの崩れで説明したように、特性劣化にも様な傾向が認められる。通過域遮断周波数の変化に対する根配置の変化は、特性劣化

に対して相反する変化であり、図7でも様な相関は認められなかった。この結果は、Rabiner らが統計的解析を行い得た結論と一致している⁽⁵⁾。

根のずれは、根配置のバランスによって決まる根感度を用いて与えられた。従って、根感度と密接な関係にある特性劣化の性質は、根配置のバランスの崩れと

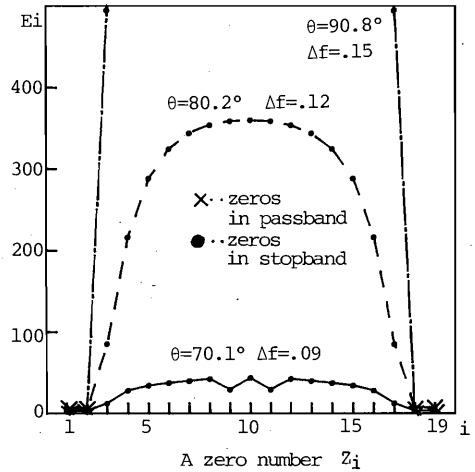


図4 直接形構成での根感度 ($f_p = 0.1, n = 19$)
Fig.4 The root sensitivity in a direct-form realization.

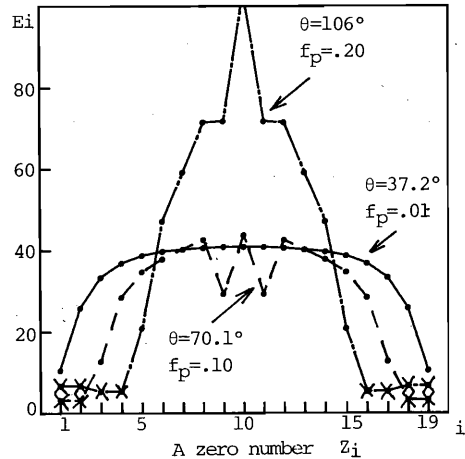


図5 直接形構成での根感度 ($\Delta f = 0.09, n = 19$)
Fig.5 The root sensitivity in a direct-form realization.

して説明される。

4 縦続形構成法における量子化効果

IIRフィルタでは、一般に、縦続形構成法は、直接形構成法に比べ係数量子化効果が小さいことが知られているが、FIRフィルタでは必ずしも、そうとは

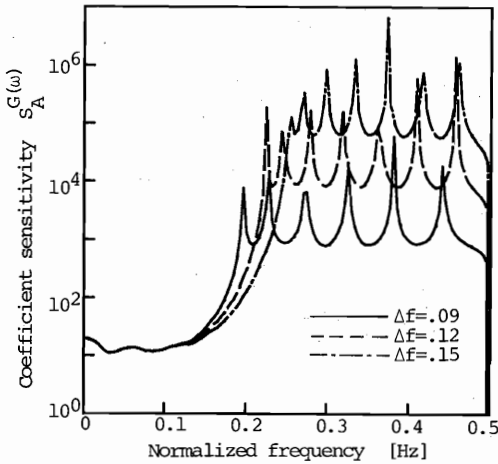


図6 直接形構成における係数感度 ($f_p = 0.1$)

Fig.6 The coefficient sensitivity in a direct-form realization.

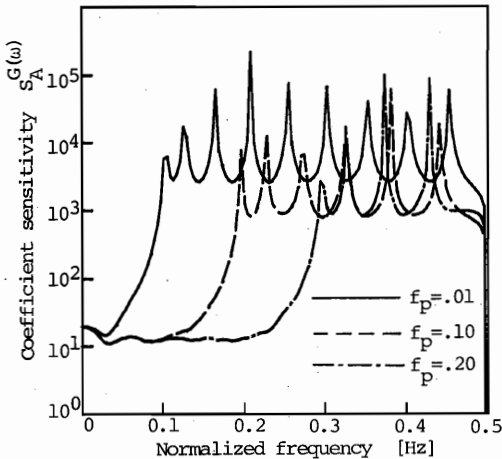


図7 直接形構成における係数感度 ($\Delta f = 0.09$)

Fig.7 The coefficient sensitivity in a direct-form realization.

言えない。ここでは、根配置のバランスを用いて、直接形と縦続形の量子化効果の関係について考察する。

4.1 2次および4次セクションでの構成

式(1)の n 次のシステム関数を、次式のように L 次と $n-L$ 次の二つの因数に分解する。

$$H(z) = a_0 H_1(z) H_2(z) \quad (21)$$

但し、

$$H_1(z) = 1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_L z^{-L} = z^{-L} \prod_{i=1}^L (z - z_i)$$

$$H_2(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{n-L} z^{-(n-L)} = z^{-n+L} \prod_{i=L+1}^n (z - z_i)$$

この時、係数 b_k ($k=1, 2, \dots, L$) に対する相対根感度は、

$$S_{b_k}^{z_i} = \frac{z^{L-k-1}}{\prod_{j=1}^L (z_i - z_j)}, \quad i=1, 2, \dots, L \quad (22)$$

$$= 0, \quad i=L+1, \dots, n$$

となる。また、係数 b_k に関する根感度の絶対値和は、

$$S_B^{z_i} = \frac{T_i}{\prod_{j=1}^L D_{ij}}, \quad i=1, 2, \dots, L \quad (23)$$

但し、

$$T_i = \frac{r_i^{-1} - r_i^{L-1}}{1 - r_i} \geq 1, \quad (r_i \neq 1)$$

$$= L, \quad (r_i = 1)$$

で与えられる。同様に、量子化効果の評価関数 E_i は、式(14)に対して、

$$E_i = \beta S_B^{z_i}$$

$$\text{但し、} \beta = \max_k \{ |b_k| \}$$

となる。以上のように、縦続形構成での根感度は、各セクションで独立に議論できる。

FIRフィルタの縦続形構成では、2次、もしくは直線位相を維持する必要がある場合は2次と4次の回路を基本として構成されている。従って、その場合には、直接形構成法のように全ての零点が互いに影響しあうのではなく、二つの零点、もしくは四つの零点の位置関係だけが問題となる。このことは、縦続形構成法での係数量子化効果は、あまりフィルタ仕様の影響を受けにくいことを意味する。

図8は、図4と同じ仕様のフィルタを、直線位相を維持できるように縦続形構成した場合の根感度を示している。図8から明らかなように、フィルタ仕様との

一様な相関はなく、直接形構成法に比べ通過域の根感度が大きくなる事が分かる。この通過域の根感度に関する結論は、3.2で述べたように、根が(-1, 0)の近くに比較的集中していることによる。つまり、このバランスの崩れは、通過域の根感度を小さくする崩れであり、縦続形構成では、通過域の根感度を小さくする関係にある多くの根を取り除くことに相当する。そ

の結果、一般に、直接形に比べ、縦続形構成は通過域特性が劣化し易くなる。また、バランスを考慮すると、実軸に近い通過域の根感度が特に問題となり易いことも分かる。このことは、実験的に言われている⁽²⁾、縦続形構成法での通過域特性の劣化は、零周波数の近傍で大きいと言うことの説明になる。縦続形構成による

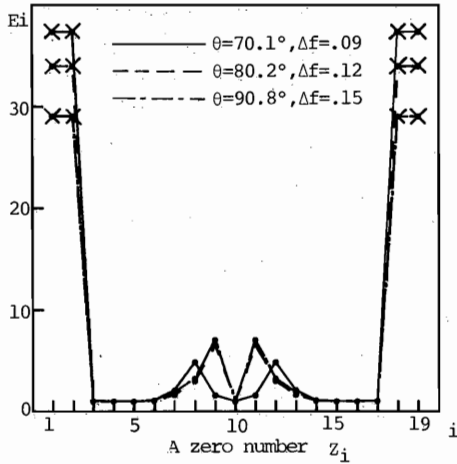


図8 縦続形構成での根感度
($f_p = 0.1$, $n = 19$)

Fig.8 The root sensitivity in a cascade-form realization.

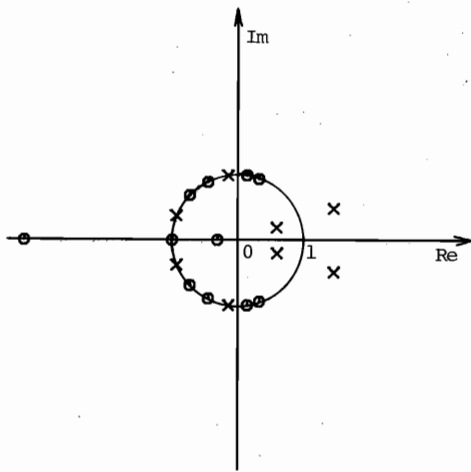


図9 バランスを考慮した零点の選択例

Fig.9 A example of zero pairing arrangements.

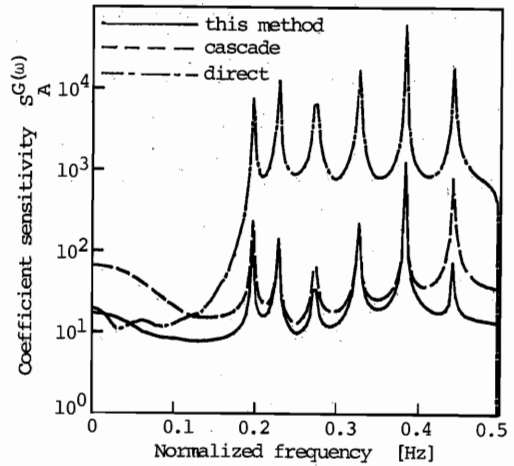


図10 係数感度の比較 ($f_p = 0.1$, $\Delta f = 0.09$, $n = 19$, $\delta = 0.14$ dB)

Fig.10 Comparison of the coefficient sensitivities.

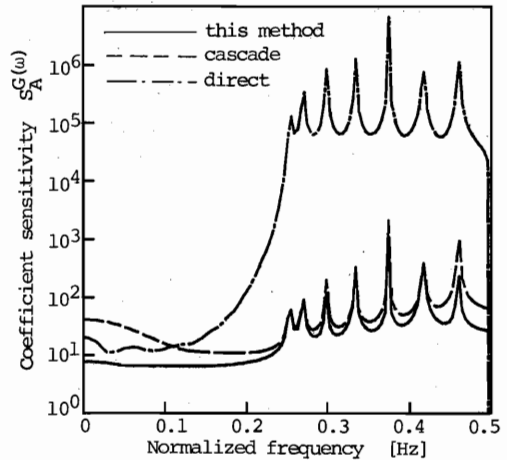


図11 係数感度の比較 ($f_p = 0.1$, $\Delta f = 0.15$, $n = 19$, $\delta = 0.14$ dB)

Fig.11 Comparison of the coefficient sensitivities.

阻止域特性の改善効果は、この逆の関係で説明することができる。

以上のように、バランスの崩れと言う考え方をを用いることによって、a) 縦続形では、通過域特性の劣化が大きい、b) 通過域特性の劣化は、零周波数の近傍で顕著である、c) 阻止域特性は、劣化し難い、d) フィルタ仕様の影響を受け難い、という縦続形構成の性質を説明することができる。

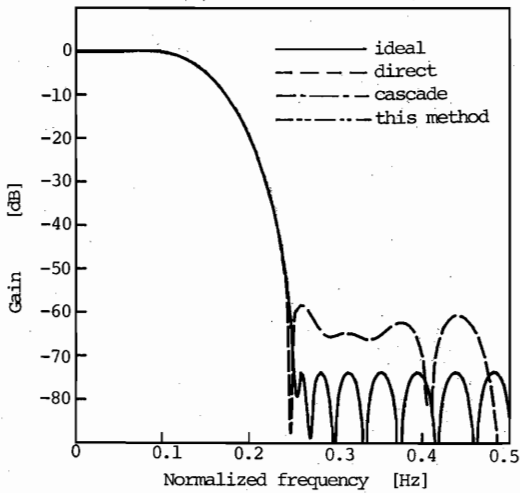
4.2 根配置のバランスを考慮した構成

根配置には、互いに根感度を小さくする関係と、根感度を大きくする関係があることを前記した。このことは、縦続形構成する際に、単にできるだけ低い次数で構成するより、より低感度の縦続構成法の存在の可能性を意味する。ここでは、根配置のバランスを考慮

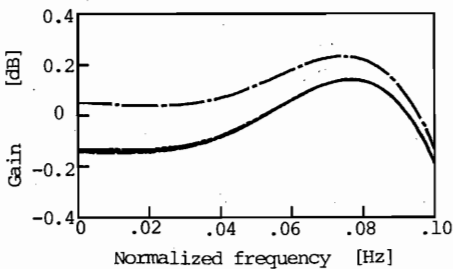
し縦続構成することにより、従来の縦続形構成の長所である通過域特性が劣化し難いという性質を維持し、かつ短所であった通過域特性の劣化の問題を改善できることを述べる。

図9は、図4に示したフィルタ仕様の一つ ($f_p = 0.1$) の零点配置である。通過域の四つの根と阻止域の根を組合わせて(図9の×)8次回路とし、他の根は2次で構成し縦続接続した。図10は、このバランスを考慮した縦続形構成を、直接形と従来の縦続形構成に対して係数感度の絶対値和で比較したものである。明らかに、バランスを考慮することにより、通過域および阻止域の感度が低く抑えられている。図11は、更に遷移帯幅を広げた仕様に対して比較している。この例でも、バランスを考慮することにより、特性劣化を小さく抑えることが可能となることが分かる。図12は、図11に示したフィルタ仕様に対し、係数語長を10ビット(符号ビットを含まない)で丸め量子化した際の周波数特性の劣化を比較している。感度で比較したと同様に、バランスを考慮した縦続形構成法では、従来の縦続形構成の長所を維持し、短所が改善されている。

以上のように、直線位相を持つ低域通過フィルタの特性劣化の性質は、根配置のバランスという考え方で説明できる。この考え方は、もちろん、直線位相を持



(a)



(b)

図12 係数量子化による周波数特性の劣化 ($f_p=0.1$, $\Delta f=0.15$, $\delta=0.14$ dB, $n=19$, $q=10$ bit)

Fig.12 Comparison of frequency responses for coefficient quantization.

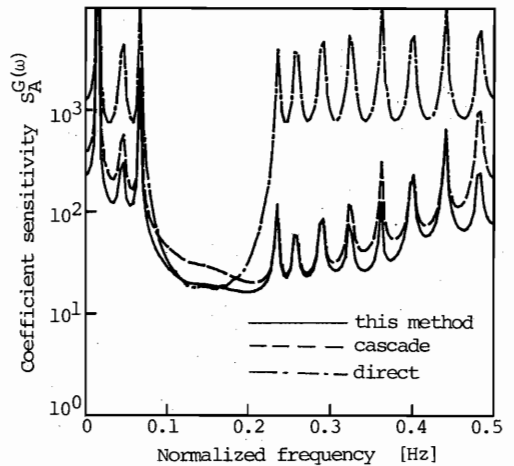


図13 帯域通過フィルタの係数感度の比較

($f_{s1}=0.07$, $f_{p1}=0.13$, $f_{p2}=0.17$, $f_{s2}=0.23$, $\Delta f=0.06$, $n=28$, $\delta=0.2$ dB)

Fig.13 Comparison of coefficient sensitivity for bandpass filter with linear phase.

つ場合や、低域通過フィルタに限らず一般的に使うことができる。従って、バランスを考慮してやることにより、より低感度のFIRフィルタの実現が可能となる。図13では、帯域通過フィルタについて、直接形、従来の縦続形とバランスを考慮した縦続形構成の感度を比較している。この結果も、バランスという考え方の妥当性と、低感度の構成法の可能性を示している。

5. む す び

従来の係数量子化効果の研究は、主に、近接根の影響のみを問題にしてきた。それに対し、本論文では、離れた根が係数量子化効果を軽減する働きがあることを指摘し、根配置のバランスで量子化効果が決まることを述べた。低域通過フィルタを例に取り、根配置のバランスという考え方をを用いることによって、1) 直接形構成法は、一般に、阻止域特性が劣化し易い、2) 従来の縦続形構成法は、直接形より通過域特性の劣化が大きい、3) この通過域特性の劣化は、特に零周波数の近傍で大きい、4) 根配置のバランスを考慮することにより、低感度な縦続構成法が可能である、ということが説明できることを述べ、具体例でそれを確認した。

今後は、更に根配置のバランスを考慮した最適な縦続形構成法について検討を進める予定である。

謝辞 有益な御教示を頂いた、本学佐藤正光助教授に厚く感謝する。また、日頃、暖かい御教示を頂く、長岡技術科学大学神林紀嘉助教授に感謝する。

文 献

- (1) J. B. Knowles and E. M. Olcayto: "Coefficient accuracy and digital filter response", IEEE Trans. Circuit Theory, CT-15, 1, pp.31-41 (March 1968).
- (2) 青山友紀: "語長制限されたデジタルフィルタの解析と最適設計法", 日経エレクトロニクス(昭52-07).
- (3) S. K. Mitra and R. J. Sherwood: "Estimation of pole-zero displacements of a digital filter due to coefficient quantization", IEEE Trans. Circuit Theory, CAS-21, 1, pp. 116-124 (Jan.1974).
- (4) 三谷, 吉川, 辻井, 岸: "FIR デジタルフィルタの最小係数語長の推定", 信学論(A), J61-A, 7, pp.665-672 (昭53-07).
- (5) D. S. K. Chain and L. R. Rabiner: "Analysis of quantization errors in the direct form for finite impulse response digital filters", IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, AU-21, 4, pp.354-366

(Aug.1973).

- (6) 数学ハンドブック編集委員会: "理工学のための数学ハンドブック(丸善)", 5章(昭38第2刷).
- (7) J. H. McClellan: "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters", IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, AU-21, 6, pp.506-525 (Dec. 1973).

(昭和61年5月16日受付)



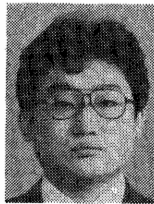
佐川 雅彦

昭32東工大・理工・電気卒。昭39同大学院博士課程了。同年東工大助手。昭41東京都立大助教授。昭58同大教授。工博。時変回路、能動回路、CADの研究に従事。著書「基礎回路解析」、「現代回路解析」(共著), IEEE会員。



本間 仁志

昭55長岡技科大・工・電気電子システム工学課程卒。昭57同大学院修士課程了。同年東京都立大・工・電気工学科助手。数値計算法、回路網の電算機解析、デジタルフィルタに関する研究に従事。



森 幸男

昭和60年山梨大学工学部電気工学科卒業。同年東京都立大学大学院修士課程入学。デジタルフィルタの解析および設計法に興味を持っている。