

縦続形構成による低感度な直線位相 FIR デジタルフィルタの
一構成法

正員 本間 仁志[†] 准員 森 幸男[†] 正員 佐川 雅彦[†]

Low Sensitivity Realization of Linear Phase FIR Digital Filters
Using Cascade Form

Hitoshi HONMA[†], Member Yukio MORI[†], Associate Member and
Masahiko SAGAWA[†], Member

あらまし デジタルフィルタを、できるだけ少ないハードウェア量で実現することは、経済性と関連して重要な問題である。しかし、FIR フィルタの低感度構成に関する研究は、IIR フィルタの場合に比較し、十分とは言えず、係数語長の低減から、この問題を改善することが望まれている。そこで、本論文では、乗算器の係数語長の低減を目的とした、FIR フィルタの縦続形構成法を提案する。まず、係数感度を用いて、係数量子化に伴う特性劣化を評価する評価関数を定義する。次に、零点の配置とその評価関数の関係について検討し、相対的に離れた位置にある零点が、特性劣化を軽減する働きがあることを指摘する。そして、零点配置と評価関数の関係を考慮し、組織的に低感度な構成を得る方法について述べる。最後に、いくつかの例題に本方法を提案し、その有効性を確認する。

1. まえがき

デジタルフィルタを、できるだけ少ないハードウェア量で実現することは、経済性と関連して重要な問題であり、それに対し多くの研究が行われてきている。本論文では、低感度となる直線位相 FIR (Finite Impulse Response) フィルタの構成法について検討し、乗算器の係数語長の低減から、この問題の改善を試みる。

ハードウェア量の低減を目的としたデジタルフィルタの研究は、その設計手順により二つの立場に大別できる。一つは、実現に要する基本素子 (遅延器、加算器、乗算器) の数を減らす研究であり^{(1)~(5)}、もう一つは低減度構成により乗算器の係数語長の低減を目的とした研究である^{(6)~(9)}。これらの研究は、その目的において互いに独立ではなく、乗算器数の低減は低感度につながり⁽¹⁾、また、それらの方法に低感度構成の考え方を適用することにより、基本素子数の低減と同時に乗算器係数語長のより大きな低減が可能になる。

デジタルフィルタの低感度構成に関する研究は、

IIR (Infinite Impulse Response) フィルタを中心に行われてきており、多くの成果が得られる^{(6)~(9)}。それに対し、FIR フィルタでは、係数量子化効果の評価に関する研究は行われているが⁽¹⁰⁾、量子化に伴う特性劣化の機構は明らかにされていない。そのことが、低感度構成法の開発の障害となっており、従って、従来の FIR フィルタは、主に直線形、もしくはできるだけ低次の回路を基本とした縦続形で構成されている⁽¹¹⁾。しかし、最近行われた特性劣化の機構に関する考察によると⁽¹²⁾、これらの構成法が係数量子化に伴う特性劣化の意味において、必ずしも好ましくないことがわかった。そこで、本論文では、それらの考察を更に発展させ、縦続形構成により低感度な FIR フィルタを実現する方法について検討している。

まず、2.において、係数量子化による特性劣化の大小の尺度となる評価関数を定義する。ここで、本研究の目的は、この評価関数を小さくする構成法を探し出すことに置き換わる。次に、3.では、評価関数と伝達関数の零点配置の関係について検討する。この検討により、低感度構成を得る際に必要となる重要な設計指針が得られる。そして、4.では、具体的に低感度な構成法を得るための設計手順について述べる。最後に、5.では、い

[†] 東京都立大学工学部電気工学科, 東京都
Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University, Tokyo,
158 Japan

くつかの例題に本方法を適用し、その有効性を確認した。

2. 特性劣化の評価

ここでは、係数量子化による振幅特性の偏移量を考え、特性劣化の大小の尺度となる評価関数を係数感度を用いて定義する。

FIR デジタルフィルタの伝達関数を、

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (1)$$

と表す。今、式(1)をL個の因数に分解することを考え、各々を $H_j(z)$ とする。

$$H(z) = H_1(z)H_2(z)\dots H_j(z)\dots H_L(z) \quad (2)$$

但し、

$$H_j(z) = b_{j,0} + b_{j,1} z^{-1} + \dots + b_{j,M_j} z^{-M_j}$$

ここで $b_{j,k}$ は実数値とする。

式(2)の $H_j(z)$ で表される伝達関数の係数を、量子化して得られる関数を次式で表す。

$$\underline{H}_j(z) = \underline{b}_{j,0} + \underline{b}_{j,1} z^{-1} + \dots + \underline{b}_{j,M_j} z^{-M_j} \quad (3)$$

但し、 $\underline{b}_{j,k} = b_{j,k} + \Delta b_{j,k}$, $k=0, 1, 2, \dots, M_j$

ここで、 $\Delta b_{j,k}$ は、係数量子化によって生じる微小係数誤差を表す。この時、係数量子化に伴う振幅特性の偏移量 $\Delta G(\omega)$ [dB]は、

$$\begin{aligned} \Delta G(\omega) &= 20 \log\{\underline{G}(\omega)\} - 20 \log\{G(\omega)\} \\ &= 20 \log\{\underline{G}(\omega)/G(\omega)\} \end{aligned} \quad (4)$$

但し、

$$\underline{G}(\omega) = \underline{G}_1(\omega) \underline{G}_2(\omega) \dots \underline{G}_j(\omega) \dots \underline{G}_L(\omega)$$

$$\underline{G}_j(\omega) = |\underline{H}_j(\exp(j\omega T))|$$

$$G(\omega) = |H(\exp(j\omega T))|$$

で表される。また、 $\Delta G(\omega)$ の値は、次に定義される係数感度を用いてその上限を与えられる。

[定義1] 相対係数感度

$$S_{b_{j,k}}^{G_j(\omega)} = \frac{1}{G_j(\omega)} \frac{\partial G_j(\omega)}{\partial b_{j,k}} \quad (5)$$

[定義2] 係数感度の絶対値和

$$S_A^{G_j(\omega)} = \sum_{k=0}^{M_j} |S_{b_{j,k}}^{G_j(\omega)}| \quad (6)$$

式(5)より、微小係数誤差 $\Delta b_{j,k}$ と $G(\omega)$ の間に、

$$\underline{G}(\omega) \approx G(\omega) \{1 + \sum_{j=1}^L \sum_{k=0}^{M_j} S_{b_{j,k}}^{G_j(\omega)} \Delta b_{j,k}\} \quad (7)$$

のような近似関係が成立することを仮定する。ここで、各係数を固定小数点表示で、 q ビットに量子化する場合を考えると、係数誤差 $\Delta b_{j,k}$ には、量子化方法によって次の関係が成立する。

$$|\Delta b_{j,k}| \leq PQ\alpha_j \quad (8)$$

但し、

$$P = \begin{cases} 1 & \text{(切り上げ, 切り捨て量子化)} \\ 1/2 & \text{(丸め量子化)} \end{cases}$$

$$Q = 2^{-q}$$

$$\alpha_j = \max\{|b_{j,k}|\}$$

式(8)、(6)を用いると、式(7)は、

$$\left| \frac{\underline{G}(\omega)}{G(\omega)} \right| \leq \left| 1 + PQ \sum_{j=1}^L \alpha_j S_A^{G_j(\omega)} \right| \quad (9)$$

となる。従って、式(4)の $\Delta G(\omega)$ の上限は、

$$|\Delta G(\omega)| \leq 20 \log\{1 + PQ G_H(\omega)\} \quad (10)$$

但し、

$$G_H(\omega) = \sum_{j=1}^L \alpha_j S_A^{G_j(\omega)}$$

で与えられる。式(10)の P, Q は、式(8)で述べたように根配置や構成法とは無関係に決まる量である。本論文では、特性劣化と構成法を結び付ける量として $G_H(\omega)$ を考え、以下、この $G_H(\omega)$ を評価関数と呼ぶことにする。この $G_H(\omega)$ は、式(2)の因数分解の方法に大きく依存している。本論文の目的は、特性劣化の少ない、すなわち、 $G_H(\omega)$ の値が小さくなるような伝達関数 $H(z)$ の因数分解の方法を考察することにある。

図1は、Remez Exchange法⁽¹³⁾で設計されたFIR低域通過フィルタの振幅特性例である。但し、本論文では、フィルタ仕様を規定する各パラメータを次のように表す。

ω_p : 通過域端角周波数

ω_s : 阻止域端角周波数

DB_p : 通過域リップル値

DB_s : 阻止域減衰量

図2に、このフィルタの根配置(特に断わらない限り、

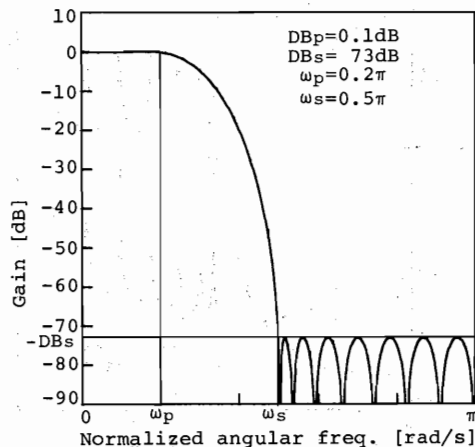


図1 FIR低域通過フィルタの振幅特性

Fig.1 Amplitude response of the FIR lowpass filter.

零点を根と呼ぶ) と、できるだけ低次の回路を基本とした従来の継続形構成 (直線位相を考慮) の場合の根の組合せを示している。ここで、×は根の位置を示しており、また、番号はその根が含まれる因数 $H_j(z)$ の番号 j (この番号を、セクション番号と呼ぶ) を表している。このような特性を持つフィルタを、直接形、従来の継続形で構成した場合の評価関数 $G_H(\omega)$ の値を示したのが図3である。図3からも明らかのように、一般に、係数の量子化によって、直接形構成では阻止域特性が劣化しやすく、継続形構成では通過域特性が劣化しやすくなる⁽¹²⁾。このように、報告されているどちらの方法も、係数量子化効果において好ましいとは言えない。

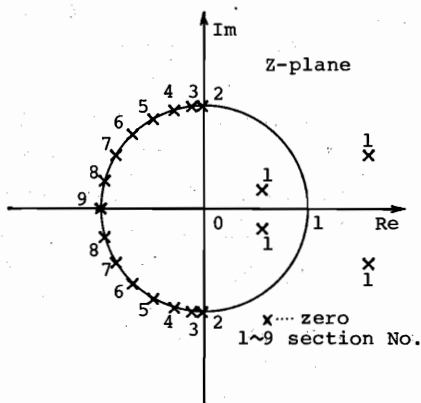


図2 根配置と従来の継続形構成における根の選択
Fig. 2 Zero locations and zero pairing in the standard cascade form realization.

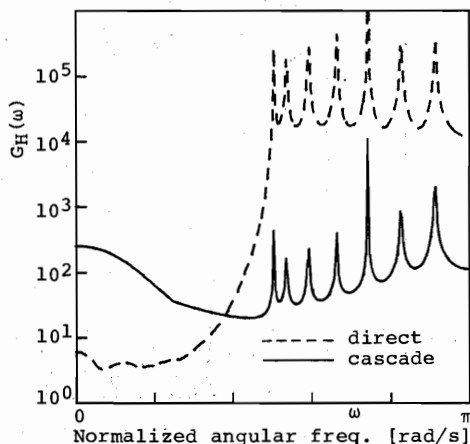


図3 評価関数 $G_H(\omega)$
Fig. 3 Evaluation function $G_H(\omega)$.

3. 特性劣化と零点配置

ここでは、係数量子化に伴う零点のずれと、評価関数の関係を検討する。そして、更に、組織的に低感度な構成法を得るための設計指針を得る。

一般に、式(3)の量子化に伴い、 $H_j(z)$ の零点は理想的な値からずれてしまう。ここでは、量子化された伝達関数 $H_j(z)$ の零点を、 $H_j(z)$ の零点 $z_i (i=1, 2, \dots, M_j)$ に対して、

$$z_i = z_i + \Delta z_i, \quad i=1, 2, \dots, M_j \quad (11)$$

と表す。ここで、 Δz_i は、量子化によって生じる零点の偏移量である。この時、 $H_j(z)$ の振幅特性 $G_j(\omega)$ は、式(3)から、

$$\begin{aligned} G_j(\omega) &= |b_{j,0} z^{-M_j} \prod_{i=1}^{M_j} [\exp(j\omega T) - z_i - \Delta z_i]| \\ &\leq |b_{j,0} z^{-M_j} \prod_{i=1}^{M_j} \{|\exp(j\omega T) - z_i| + |\Delta z_i|\}| \\ &= |b_{j,0} z^{-M_j} F_j(\omega) \{1 + \sum_{i=1}^{M_j} |\Delta z_i| / |\exp(j\omega T) - z_i|\}| \end{aligned} \quad (12)$$

但し、

$$F_j(\omega) = \prod_{i=1}^{M_j} |\exp(j\omega T) - z_i|$$

で与えられる。また、 $H_j(z)$ の振幅特性 $G_j(\omega)$ は、

$$\begin{aligned} G_j(\omega) &= |b_{j,0} z^{-M_j} \prod_{i=1}^{M_j} [\exp(j\omega T) - z_i]| \\ &= |b_{j,0} z^{-M_j} F_j(\omega)| \end{aligned} \quad (13)$$

である。従って、振幅特性の偏移量 $\Delta(\omega)$ は、式(4)から、

$$\begin{aligned} \Delta G(\omega) &\leq A + \sum_{p=1}^L 20 \log \{1 + \sum_{i=1}^{M_p} |\Delta z_i| / |\exp(j\omega T) - z_i|\} \end{aligned} \quad (14)$$

但し、

$$A = \sum_{j=1}^L 20 \log \{1 + \Delta b_{j,0} / b_{j,0}\}$$

で与えられる。ここで、 $\Delta b_{i,0} \ll b_{j,0}$ と仮定すると、 $A \approx 0$ となり、ゆえに、

$$\begin{aligned} \Delta G(\omega) &\leq \sum_{p=1}^L 20 \log \{1 + \sum_{i=1}^{M_p} |\Delta z_i| / |\exp(j\omega T) - z_i|\} \end{aligned} \quad (15)$$

と表すことができる。また、式(10)と上式の比較から、

$$G_H(\omega) \approx \prod_{i=1}^n |\Delta z_i| / |\exp(j\omega T) - z_i| \quad (16)$$

と近似的に考えることもできる。上式から、一般に、係数量子化による振幅特性の劣化は、ずれの大きい根の近傍の周波数で顕著になり、また、劣化量は根のずれの大きさに強く影響される。このことは、ある周波

数での特性劣化を抑えるには、その周波数の近傍に存在する根のずれを抑えるのが効果的であることを意味する。以下では、根のずれやすさの尺度である根感度について検討し、低感度な構成法の指針を得る。

まず、式(2)で与えた $H_j(z)$ の任意の零点 $z_i = r_i \exp(j\theta_i)$ に対して次の二つの量を定義する。

[定義3] 相対根感度

$$S_{b_{j,k}}^{z_i} = \frac{1}{z_i} \frac{\partial z_i}{\partial b_{j,k}}, \quad k=0, 1, \dots, M_j \quad (17)$$

[定義4] 根感度の絶対値和

$$S_A^{z_i} = \sum_{k=0}^{M_j} |S_{b_{j,k}}^{z_i}| \quad (18)$$

式(17)の根感度と量子化に伴う係数誤差 $\Delta b_{j,k}$ を用いて、式(11)の根の偏移量 Δz_i を、

$$\frac{\Delta z_i}{z_i} = \sum_{k=0}^{M_j} S_{b_{j,k}}^{z_i} \Delta b_{j,k} \quad (19)$$

と近似する。式(8)より、式(19)の上限は、

$$\left| \frac{\Delta z_i}{z_i} \right| \leq PQ \alpha_j \sum_{k=0}^{M_j} |S_{b_{j,k}}^{z_i}| \quad (20)$$

$$= PQE_i$$

ここで、

$$E_i = \alpha_j S_A^{z_i}$$

で与えられる。このように、根のずれは、根感度に支配されており、従って、根のずれを抑えるには、根感度を小さくすることが必要となる。

式(17)の相対根感度は、 z_i が単根であると仮定すると次のように表せる⁽¹²⁾。

$$S_{b_{j,k}}^{z_i} = \frac{z_i^{M_j-k-1}}{b_{j,0} \prod_{j=1}^{M_j} (z_i - z_j)} \quad (21)$$

ここで、2根間の距離 D_{ij} 、

$$D_{ij} = |z_i - z_j| = \sqrt{r_i^2 + r_j^2 - 2r_i r_j \cos(\theta_i - \theta_j)} \quad (22)$$

を用いると、式(21)の絶対値は、

$$|S_{b_{j,k}}^{z_i}| = \frac{r_i^{M_j-k-1}}{|b_{j,0}| \prod_{j=1}^{M_j} D_{ij}} \quad (23)$$

となる。従って、根感度の絶対値和は、

$$S_A^{z_i} = \frac{R_i}{|b_{j,0}| \prod_{j=1}^{M_j} D_{ij}} \quad (24)$$

但し、

$$R_i = \begin{cases} \frac{r_i^{-1} r_i^{M_j}}{1-r_i} \geq 1, & (r_i \neq 1) \\ M_j + 1, & (r_i = 1) \end{cases}$$

で与えられる。式(24)で表される根感度の絶対値和は、

根配置に大きく依存している。例えば、式(2)の $H_j(z)$ の次数 M_j が大きくなると、式(24)の分子は、等比級数であるため常に増加するが、分母は、根の互いの位置関係によっては一概に増加するとはいえない。このことは、根の位置関係には、根感度の絶対値和を大きくする関係と、小さくする関係があることを意味している。換言すると、近接した位置関係にある根は特性劣化を強調し、相対的に離れた位置にある根は、逆に特性劣化を軽減する傾向にある。任意の2根 z_i, z_j が、根感度の絶対値和を小さくする関係にあるための必要条件は、明らかに $D_{ij} > 1$ である。次に、このことを考慮した低感度構成法について述べる。

4. 低感度な縦続形構成

ここでは、低感度となる根の組合せの組織的な決定法、つまり式(2)に示した伝達関数の効果的な因数分解法について検討する。

3.で述べたように、係数量子化による振幅特性の偏移量 $\Delta G(\omega)$ は、ずれの大きい根の近傍の周波数で大きくなり、その値は根のずれの量に強く影響される。また、根のずれやすさの尺度である根感度は、式(24)に示すように、互いの根の位置関係に大きく依存し、単に低次回路を基本とするより、より低感度となる構成法の存在を示している。

図4の破線は、図1で用いた低域通過フィルタを、従来の縦続形構成で構成した場合の評価関数 $G_H(\omega)$ を計算したものである。この結果から、従来の縦続形

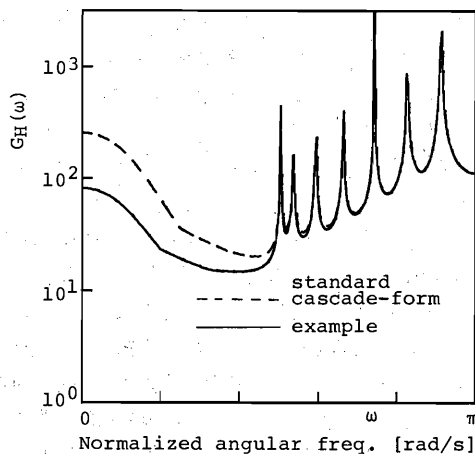


図4 評価関数と根の組合せの関係
Fig. 4 Relationship between evaluation function and zero pairing.

構成では、係数量子化によって零周波数の近傍での特性が劣化しやすいことがわかる。この特性劣化は、図2における、セクション番号1の根のずれが大きく影響しているために生じていると考えられる。このことは、零周波数の近傍の特性劣化は、セクション番号1の根のずれを抑えることによって軽減できることを意味する。そこで、式(24)を考慮し、セクション番号9の根を、セクション1に付加し、これを新たなセクションとして考えて、再び縦続形構成を構成した。図4の実線は、この構成に対する評価関数を計算したものである。図4から、この縦続形構成により、従来の継続形構成よりも、零周波数の近傍での特性劣化が小さくできることがわかる。このように、根の互いの位置関係を考慮することによって、従来の継続形構成より低感度となるFIRフィルタを構成することができる。

次に、このような考えに基づき、組織的に、低感度な構成を導出する方法について示す。感度において最適な根の組合せは、すべての組合せに対して感度計算を行い、その値を比較することによって見出すことが可能である。しかしながら、この方法では、一般に、根の組合せの数が膨大となってしまうため、実用的な処理時間でその解を得ることができない。以下に示す方法は、最適な組合せの導出は保証することはできないが、アルゴリズムの収束性は保証でき、かつ簡単に良好な結果を得ることができる。

ここで提案する方法は、評価関数の最大値を最小とする縦続形構成を探し出すことを目的とする。以下に、その手順を示す。

[手順1] まず、従来のできるだけ低次の回路を基本とした縦続形構成の場合の根の組合せを探し出す。本方法では、このような縦続形構成を初期状態と考え、より低感度となるように改善していく。

[手順2] 次に、量子化による特性劣化を観察する正規化された角周波数点を考える。量子化によって、振幅特性がフィルタ仕様からはずれやすい角周波数点は、その振幅特性が理想特性から最も大きな誤差を持つ角周波数点であると考え、それを考察角周波数点 ω_k として用いる。本論文では、この ω_k を、式(1)の根 $z_i = r_i \exp(j\theta_i)$ ($r_i \geq 0, 0 \leq \theta_i < 2\pi$) の値から、近似的に次のように与える。正規化された通過域角周波数を B_p 、阻止域角周波数を B_s と表し、偏角において根 z_i の隣に存在する根を $z_j = r_j \exp(j\theta_j)$, ($r_j \geq 0, 0 \leq 2\pi$) と定義するとき、 ω_k は、

- (1) $\theta_i \in B_p$, かつ $r_i \neq 1$ の場合,

$$\omega_k = \theta_i \tag{25}$$

- (2) $\theta_i, \theta_j \in B_s$, かつ $r_i = r_j = 1$ の場合,

$$\omega_k = (\theta_i + \theta_j) / 2 \tag{26}$$

- (3) $\theta_i \in B_s, r_i \neq 1$ で、かつ $H(\exp(j\theta_i)) \neq 0$ の場合,

$$\omega_k = \theta_i \tag{27}$$

で与えられる。この条件を満たさない z_i の場合、 ω_k は定義されない。図5に代表的なFIR低減通過フィルタの根配置と、その場合の ω_k の位置を示す。本方法では、すべての周波数についてではなく、この ω_k について注目することにより、処理時間の短縮を図っている。

[手順3] 考察角周波数点 ω_k ($k=1, 2, \dots, p, \dots$) に対し、評価関数 $G_H(\omega_k)$ を計算する。本方法の目的は、評価関数の最大値、

$$\max_k [G_H(\omega_k)]$$

ができるだけ小さくなる根の組合せを探すことにある。

[手順4] $G_H(\omega_k)$ の値が最大値となる場合の ω_k を求め、それを ω_p とする。

[手順5] ω_p の最も近傍に存在する根のずれが $G_H(\omega_p)$ に最も強く影響していると考え、その根を含むセクションを選び出す。具体的には、次のように行う。

- (i) ω_p が、式(26)で決められている場合
偏角が θ_i と θ_j である根について根感度の絶対値和を計算し、その値が大きい方の根を含んでいるセクションを選択する。
- (ii) ω_p が、式(25), (27)で決められている場合

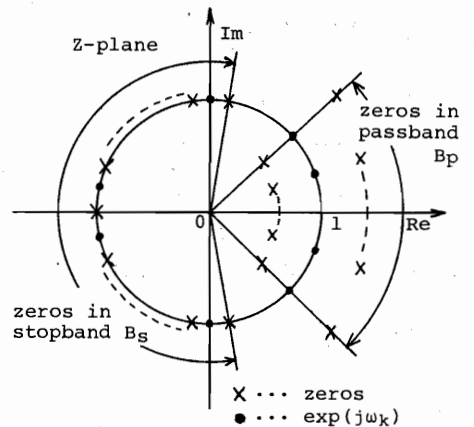


図5 代表的なFIR低減通過フィルタの根配置と考察角周波数点 ω_k
Fig. 5 Typical zero locations in FIR lowpass filter and notice angular frequency ω_k .

$\theta_i = \omega_p$ を偏角として持つ鏡像関係にある二つの根と、 ω_p との距離を計算し、その積をとる。また、偏角において隣に位置する根 $z_j = r_j \exp(j\theta_j)$ と、 ω_p との距離を求める。ここで $r_j \neq 1$ の場合、更に、その距離と、 z_j に対し鏡像関係にある根 $z_j' (= r_j^{-1} \exp(j\theta_j))$ と ω_p の距離との積をとる。そして、これらの値を比較し、最小値を選び出す。この距離の最小値を決定している根が、 $G_H(\omega_p)$ に最も強く影響していると考え、この根を含むセクションを選択する。

[手順6] 手順5で求められたセクションに、他のセクションを一つ付加して、これを新たなセクションとする。手順5でのセクション数を L とすると、この処理によってセクション数は $L-1$ となる。但し、付加するセクションは、セクション数 $L-1$ となる新たな構成において、

$$\max[G_H(\omega_k)]$$

が最小となるセクションが選ばれる。 $L-1$ 通りの場合について、 $G_H(\omega_k)$ の計算を行い、その選択を行っている。

[手順7] 新たな ω_p を設定し、手順3以降を繰り返す。他のセクションを付加することで、評価関数の最大値を下げるができなくなった時点でこの処理を終了する。その時得られている各セクションが、低感度となる縦続形の各構成回路を与える。

ここで示した構成法は、全周波数帯に対し、 $G_H(\omega_k)$ の最大値ができるだけ小さくなるように実行されている。本方法は、また、評価関数の値に重みを付けることによって、任意の角周波数での劣化を、容易に制御することができる。それは、 $G_H(\omega)$ の代わりに、 $G_H(\omega)$ に重み関数 $W(\omega)$ を掛け合わせた値を用いて、手順3以降を実行することによって可能となる。すなわち、

$$\max_k [W(\omega_k) G_H(\omega_k)]$$

を最小にする組合せを探すことになる。例えば、振幅特性の劣化を、通過域と阻止域で変化させたい場合、重み関数 $W(\omega)$ を、

$$W(\omega) = \begin{cases} K & , \omega \in B_p \\ 1 & , \omega \in B_s \end{cases} \quad (28)$$

と選ぶことによって行うことができる。このように、本方法は、通過域と阻止域の相対的な劣化量を考慮した構成の導出を可能にする。

5. 設計例

ここでは、4.で述べた方法を、いくつかの例題に適用

し、その有効性を確認する。

図6は、図1で用いたFIR低減通過フィルタに、4.で述べた処理手順を適用し得られた、根の組合せである。図中の×と番号は、図2の表記に準ずる。また、図7では、従来の方法で構成した場合と、本方法によって得られた構成について、評価関数 $G_H(\omega)$ の値を比較している。この図から、明らかに、本方法で得られた構成法では、従来の構成法に比べ $G_H(\omega_k)$ の最大値が、低く抑えられているのがわかる。このことから、直接形構成の欠点である阻止域特性が劣化しやすいことと、縦続形構成の欠点である通過域特性が劣化しやすいことが、本方法の構成によって、改善されることが期待できる。

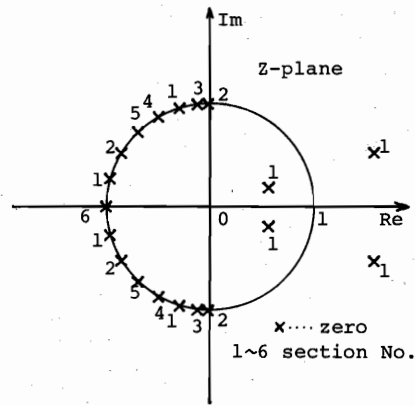


図6 低感度となる根の組合せ
Fig. 6 Zero pairing for low sensitivity realization of the lowpass filter shown in Fig. 1.

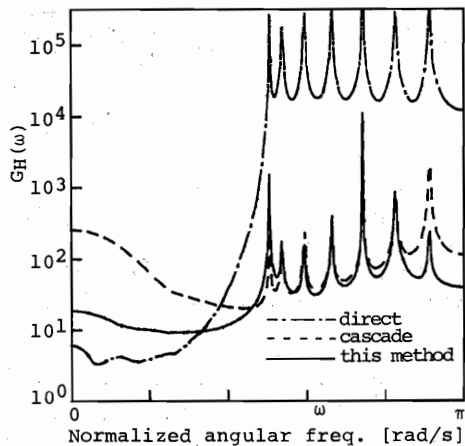


図7 評価関数の比較
Fig. 7 Comparison of the evaluation functions.

次に、このフィルタを、実際に、固定小数点表示で8ビットの丸め量子化を行った場合に得られる振幅特性を図8に示す。評価関数の比較から期待されたように、本方法によって得られた構成は、通過域、阻止域の双方において特性劣化が極めて小さい構成となっていることがわかる。更に、このフィルタについて、仕様を満たすのに必要な最小係数語長を調べると、本方法の構成では8ビット必要であったのに対し、従来の縦続形構成では12ビット、直接形構成では19ビット必要であり、本方法が、語長低減において有効であることが確認できた。

図9には、このフィルタについて、重みを変化(式(28)において、 $K=1, 100, 1000$ と変化)させて設計し、得られた構成法での $G_H(\omega)$ の値を示している。本方法は、仕様に対する劣化の許容量を考慮し、重みを適当に選択することによって、より有効な構成を探し出すことが可能である。また、この例では、 $K \geq 5000$ としたときに、本方法で得られた構成が直接形構成と一致することが確認されている。

次に、高域通過フィルタの例について検討する。図

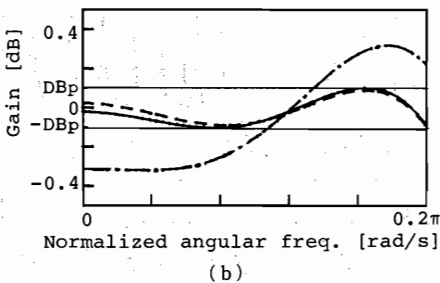
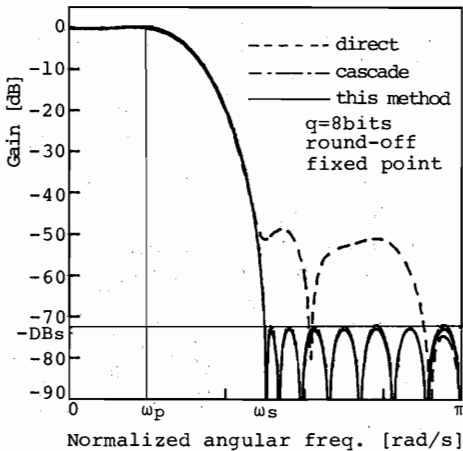


図8 係数量子化による振幅特性の劣化
Fig. 8 Amplitude response for coefficient quantization.

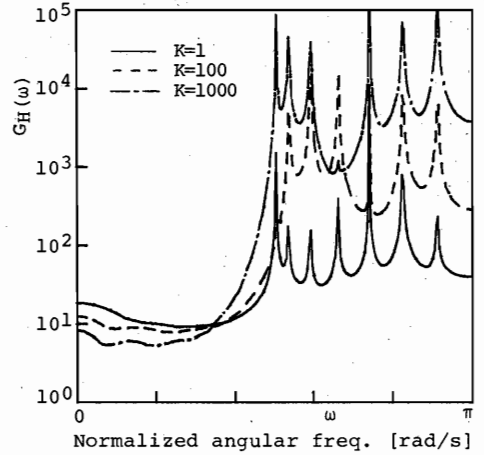
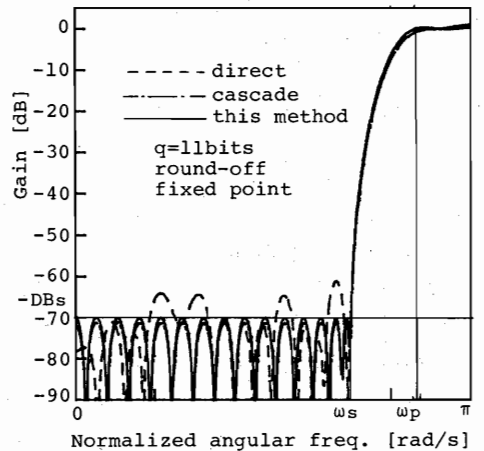
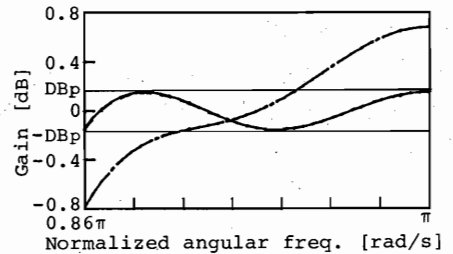


図9 本方法から得られた異なる特性劣化の性質を持つ低域通過フィルタ

Fig. 9 Some filters with different deviation properties obtained by this method.



(a)



(b)

図10 FIR 高域通過フィルタの係数量子化による振幅特性の劣化 ($DB_p=0.2$ dB, $DB_s=70$ dB, $\omega_p=0.86\pi$, $\omega_s=0.7\pi$)

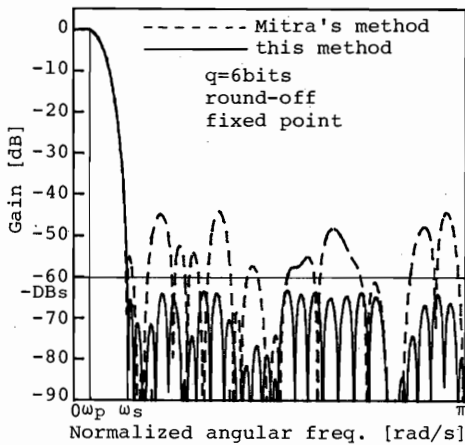
Fig. 10 Amplitude response of the FIR highpass filter for coefficient quantization.

10に、直接形構成、従来の縦続形構成、本方法から得られた縦続形構成に対して、実際に係数を量子化(固定小数点表示, 11ビットの丸め量子化)した場合に得られる振幅特性が示されている。この図から、本方法で得られた構成が、他の構成法に比べ低感度であることがわかる。また、先の例と同様にこのフィルタの最小係数語長を調べると、本方法の構成では11ビット必要であったのに対し、従来の縦続形構成では15ビット、直接形構成では18ビット必要であった。

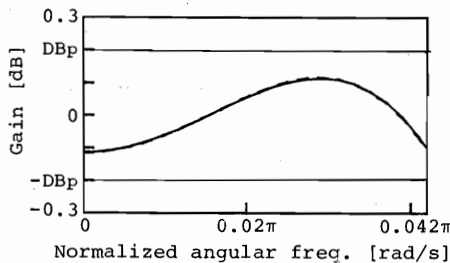
以上、本論文では、仕様に対し直接設計された伝達関数 $H(z)$ に対して、低感度となる構成法について議論してきた。FIRフィルタの設計法としては、直接 $H(z)$ を設計する方法の他に、乗算器数の低減を目的として、次式のように $H(z)$ を二つの伝達関数に分けて設計する方法が報告されている⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。

$$H(z) = F(z)G(z) \quad (29)$$

Adamsらが提案した方法では⁽³⁾⁻⁽⁵⁾, $F(z)$ は乗算器を



(a)



(b)

図11 Mitraらの方法で設計された低域通過フィルタの本方法による低感度構成 ($DB_p=0.2$ dB, $DB_s=60$ dB, $\omega_p=0.042\pi$, $\omega_s=0.14\pi$)

Fig. 11 Low sensitivity realization of the transfer function designed by Mitra's method.

用いないプリフィルタの伝達関数であり $G(z)$ は、その特性を補正するイコライザの伝達関数となる。また、Mitraらが提案した方法では^{(1),(2)}, 補間の概念を用いて、 $F(z), G(z)$ が設計される。本方法は、直接設計された $H(z)$ に限らず、これらの方法にも直接適用することができる。

図11は、Mitraらの方法で得られた $F(z), G(z)$ に対し、その各々を直接形構成した場合と、 $F(z), G(z)$ に本方法を適用し、構成した場合について、特性劣化を比較している。図から明らかのように、Mitraらの方法に本方法を適用することにより、乗算器数の低減と同時に、大幅な語長低減が可能となることがわかる。

6. むすび

デジタルフィルムを、できるだけ少ないハードウェア量で実現するという問題に対し、低感度となるFIRフィルタの構成法を検討し、乗算器の係数語長の点からこの問題を改善した。

まず、係数量子化に伴う振幅特性の偏移量を評価する評価関数を、係数感度を用いて定義した。そして、根感度の考察から、特性劣化はずれの大きい根の近傍の周波数で大きくなり、その値は、根のずれの量に強く影響されることを指摘した。また、根のずれは、根の互いの位置関係に大きく依存し、相対的に離れた根によって、そのずれを軽減できることを述べた。更に、この考え方に基づき、低感度となる縦続形構成を組織的に与える方法を提案した。この方法は、評価関数に重みを付けることによって、特性の相対的な劣化量を容易に制御することができる特徴がある。そして、いくつかの例題に本方法を適用し、その有効性を確認した。また、本方法を、乗算器数の低減を目的としたMitraらの方法に適用することにより、乗算器数の低減と同時に、大幅な語長低減が可能となることが確認できた。

今後は、更に、基本素子数の低減を目的としたFIRフィルタの設計法と、本方法を結び付け、より効果的なハードウェア量の低減の方法について、検討を進める予定である。

謝辞 有益な御教示を頂いた、本学佐藤正光助教授、東京工業大学小野田真徳樹教授に厚く感謝する。また、日頃、温かい御教示を頂く、長岡技術科学大学神林紀嘉助教授に感謝する。

文 献

- (1) Y. Neuvo, D. Cheng-Yü and S. K. Mitra : "Interpolated

- finite impulse response filters", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., **ASSP-32**, 3, pp. 563-570 (June 1984).
- (2) T. Saramaki Y. Neuvo and S. K. Mitra: "Efficient interpolated FIR filters", Proc. ISCAS'85, pp. 1145-1148 (June 1985).
- (3) J. W. Adams and A. N. Willson, Jr.: "A new approach to FIR digital filters with fewer multipliers and reduced sensitivity", IEEE Trans. Circuits & Syst., **CAS-30**, 5, pp. 277-283 (May 1983).
- (4) J. W. Adams and A. N. Willson, Jr.: "Some efficient digital prefilter structures", IEEE Trans. Circuits & Syst., **CAS-31**, 3, pp. 260-266 (March 1984).
- (5) 相川, 佐藤: "プリフィルタを用いた乗算器の少ない FIR デジタルフィルタ", 信学技報, **CAS86-70** (1986-07).
- (6) J. B. Knowles and E. M. Olcayto: "Coefficient accuracy and digital filter response", IEEE Trans. Circuit Theory, **CT-15**, 1, pp. 31-41 (March 1968).
- (7) A. H. Gray, Jr. and J. D. Markel: "Digital lattice and ladder filter synthesis", IEEE Trans. Audio and Electroacoust., **AU-21**, 6, pp. 491-500 (Dec. 1973).
- (8) A. Fettweis: "On sensitivity and round-off noise in wave digital filters", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., **ASSP-22**, 5, pp. 383-384 (Oct. 1974).
- (9) 渡部, 西原: "デジタルラティスフィルタ構成法の拡張", 信学論(A), **J68-A**, 11, pp. 1209-1216 (昭60-11).
- (10) D. S. K. Chan and L. R. Rabiner: "Analysis of quantization errors in the direct form for finite impulse response digital filters", IEEE Trans. Audio and Electroacoust., **AU-21**, 4, pp. 354-366 (Aug. 1973).
- (11) 青山友紀: "語長制限されたデジタルフィルタの解析と最適設計法", 日経エレクトロニクス (昭52-07).
- (12) 本間, 森, 佐川: "FIR デジタルフィルタにおける根配置と係数量子化効果の関係について", 信学技報, **CAS86-8** (1986-05).
- (13) J. H. McClellan, T. W. Parks and L. R. Rabiner: "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters", IEEE Trans. Audio and Electroacoust., **AU-21**, 6, pp. 506-526 (Dec. 1973).

(昭和61年11月14日受付)



森 幸男

昭60山梨大・工・電気卒。同年東京都立大大学院修士課程入学。デジタルフィルタの解析および設計法に関する研究に従事。



佐川 雅彦

昭32東工大・理工・電気卒。昭39同大学院博士課程了。同年東工大助手。昭41東京都立大助教授。昭58同大教授。工博。時変回路、能動回路、CADの研究に従事。著書「基礎回路解析」, 「現代回路解析」(共著)。IEEE 会員。



本間 仁志

昭55長岡技科大・工・電気電子システム工学課程卒。昭57同大学院修士課程了。同年東京都立大・工・電気工学科助手。数値計算法、回路網の電算機解析、デジタルフィルタに関する研究に従事。