

少数の乗算器をもつ帯域通過 FIR デジタルフィルタのための
効果的なイコライザ設計法

正員 本間 仁志[†] 正員 相川 直幸[†] 正員 佐川 雅彦[†]

Design Method of Efficient Equalizers for Bandpass FIR Digital Filters
with Fewer Multipliers

Hitoshi HONMA[†], Naoyuki AIKAWA[†] and Masahiko SAGAWA[†], Members

あらまし 乗算器数の少ない帯域通過 FIR フィルタの設計法を述べる。乗算器数の低減を目的とした設計法の一つに、巡回形構成であるが有限インパルス応答を有する乗算器を用いないプリフィルタとその特性を補正するイコライザを連続に構成する方法がある。この設計法において、従来の研究はプリフィルタの設計法が中心であった。本論文では、補間の概念を取り込んだ新しいイコライザの設計法を提案する。その結果、従来の設計法に比べ、より効果的に乗算器数を低減することが可能となった。

1. まえがき

乗算器数の低減を目的としたプリフィルタ-イコライザ構成法に対して、補間の概念を取り込んだ効果的なイコライザ設計法を提案する。

FIR フィルタのフィルタリングに伴う演算量を低減する方法の一つに、1983年に Adams らによって提案されたプリフィルタ-イコライザ構成がある⁽¹⁾。この構成法は、巡回形構成ではあるが有限インパルスを有する乗算器を用いないプリフィルタと、その特性を補正するイコライザを連続接続するものである。この構成は、まず低減通過フィルタおよび高域通過フィルタに対して検討された。その結果、大きな阻止域減衰量をもつプリフィルタの設計^{(1)~(6)}、更にそれを効果的に補正するイコライザの設計が可能となった⁽⁴⁾。

一方、帯域通過フィルタに対しては、任意の中心周波数をもつフィルタをいかに実現するかを主眼に数多くの研究が行われてきた^{(8)~(13)}。プリフィルタに関しては、現在、大きな阻止域減衰量を有し、任意の中心周波数に対する特性を実用上容易に設計できる^{(6),(13)}。しかしながら、乗算器数の低減効果を低域通過フィルタの場合と比較すると、帯域通過フィルタではその効果が明らかに劣る。更に、プリフィルタの設計限界値に

近く、プリフィルタの設計法のみで一層の乗算器数の低減を期待するのは困難であると考えられる。

そこで本論文では、イコライザの設計法についても検討を加え、従来に比べ少数の乗算器しか要しないイコライザの設計法を提案する。従来の Remez のアルゴリズムに基づく方法^{(1),(14)}に補間の概念を取り込むことにより、この問題の改善を試みた。2.では、まず準備としてプリフィルタを中心にプリフィルタ-イコライザ構成を簡単に説明する。次に提案するイコライザの設計法を示す。最後に 3.では、具体的に設計例に対し本方法を適用し、その有効性を確認する。

2. 補間されたイコライザ

ここでは、まず準備としてプリフィルタ-イコライザ構成について簡単に述べる。次に、プリフィルタの特性を補正するイコライザの設計法を提案する。

2.1 プリフィルタ-イコライザ構成

プリフィルタ-イコライザ構成法では、フィルタ全体の伝達関数 $H(z)$ は、二つの伝達関数の積として、
$$H(z) = P(z)E(z) \tag{1}$$
と与えられる。ここで、 $P(z)$ はプリフィルタ、 $E(z)$ はイコライザの伝達関数である。例えば、有限インパルス応答をもつ帯域通過形プリフィルタの伝達関数 $P(z)$ は次式のような形をとる⁽¹⁴⁾。

$$P(z) = \frac{Q(z)}{1 - (-1)^k z^{-F}} \tag{2}$$

[†] 東京都立大学工学部, 東京都
Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University, Tokyo,
158 Japan

但し、

$$Q(z) = \sum_{n=0}^{N+F} q(n)z^{-n}, \quad q(n) \in \{-1, 0, 1\} \quad (3)$$

上式において、 K および F はフィルタの中心周波数から決定され、また N はフィルタの次数に対応し、いずれも正の整数値となる。上式は、仕様に対し直接設計された最適な伝達関数から⁽¹⁴⁾、組織的に決定することができる。また、式(2)が有限インパルス応答をもつことを付録で示す。

プリフィルタ-イコライザ構成法では、はじめにプリフィルタが設計され、次に、その特性が要求される仕様を満たすようにイコライザが設計される。ここで、従来のイコライザは、Remetz のアルゴリズムに基づいて最小次数で設計される。

2.2 イコライザの設計

ここでは、帯域通過フィルタのための補間の概念を取り込んだイコライザの設計法を述べる。

以下の例1に示す具体的な設計例を通して、まず本方法の着眼点を述べる。

[例1]

- 通過域端角周波数: $\omega_{p1} = 0.58\pi$ [rad/s]
- $\omega_{p2} = 0.62\pi$ [rad/s]
- 阻止域端角周波数: $\omega_{s1} = 0.54\pi$ [rad/s]
- $\omega_{s2} = 0.66\pi$ [rad/s]

通過域リプル: $DB_p = 0.1$ dB

阻止域減衰量: $DB_s = 60$ dB

最初に、プリフィルタが設計される。この仕様に対し

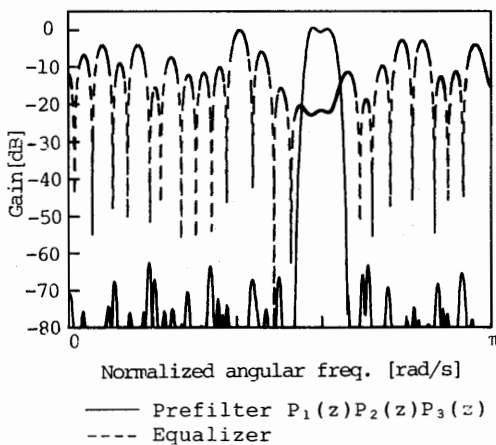


図1 大きな阻止域減衰量をもつプリフィルタとイコライザの周波数特性

Fig. 1 Frequency responses of prefilter with increased stopband attenuation and equalizer.

て、設計の詳細は省略するが、文献(13)に基づいて設計されたプリフィルタの特性を図1に示す。また、従来の方法によって設計されたイコライザの特性も同図に示す。図2(a)は、このイコライザのインパルス応答である。一方、同図(b)は、同じ例に対して、以下で示す方法に基づき設計されたイコライザのインパルス応答である。図(b)では、(a)の場合に比べ、インパルス応答の個数が多いにもかかわらず、その多くは零値となる。この特徴が、乗算器数に少ないイコライザの実現を可能にし、フィルタ全体の乗算器数を更に低減することになる。

このような特徴をもつイコライザは、以下のような手順で設計される。

手順1: 仕様に対し十分な減衰量をもつプリフィルタを設計する(図3(a)参照)。

所望の阻止域減衰量 DB_s に対し、阻止域減衰量 $DP_s = DB_s + \Delta_s$ をもつプリフィルタを設計する。但し、 Δ_s はプリフィルタの通過域リプル値 DP_p と所望の通過域リプル DB_p から、

$$\Delta_s \geq |DP_p - DB_p| \quad (4)$$

と与えられる。

手順2: 周波数特性を移動し、引き伸ばす(図3(a), (b)参照)。

プリフィルタの通過域特性を周波数方向に拡大し、更に移動する。この際、プリフィルタの周波数特性は、原周波数特性 $P(e^{j\omega})$ に対して、

$$P(e^{j(\omega+M\pi)/L}) \quad (5)$$

となる。ここで、 M および L は正の整数であり、式(5)の通過域帯域 $L(\omega_{p2} - \omega_{p1})$ が周波数帯域 $[0, \pi]$ 内となる最大の整数値として決定される。このことを次式のように定式化できる。

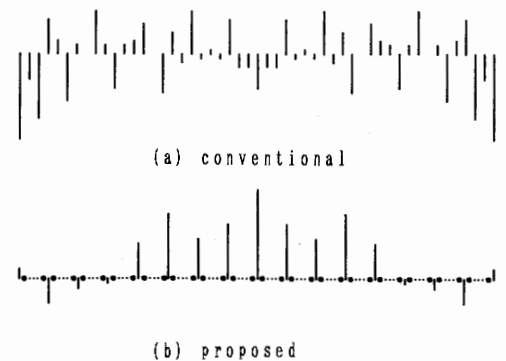
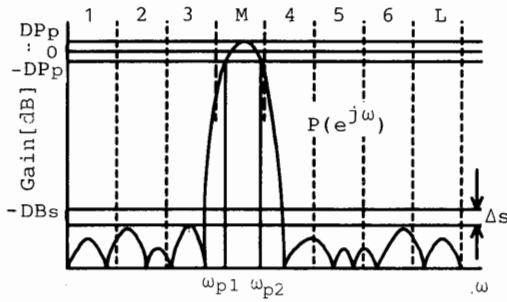
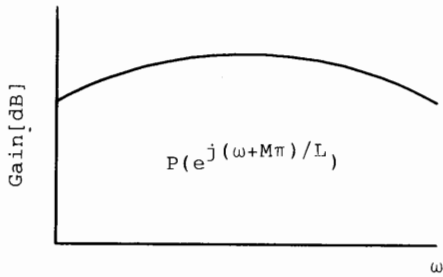


図2 イコライザのインパルス応答の比較

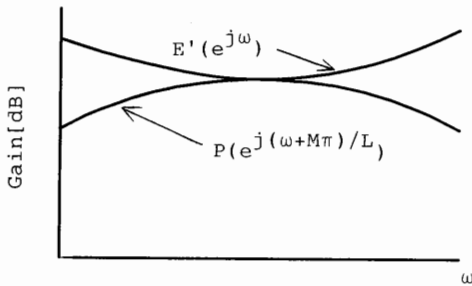
Fig. 2 Comparison of impulse response of equalizer.



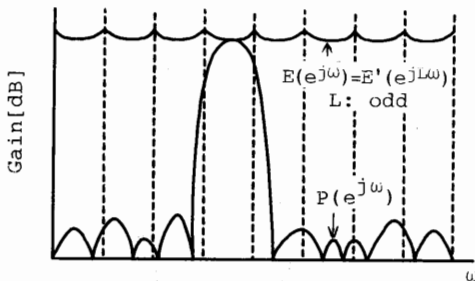
(a)



(b)



(c)



(d)

図3 設計手順
Fig. 3 Proposed design process.

$$L \leq \frac{\pi}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \quad (6)$$

$$M \leq \frac{L\omega_{p1}}{\pi} \text{ かつ } M \leq \frac{L\omega_{p2}}{\pi} - 1 \quad (7)$$

このように、式(6)および(7)を同時に満たす最大の整数値として L, M を決め、式(4)の特性を計算する。

手順3: 手順2で得られた特性を補正する補助的なイコライザ $E'(z)$ を設計する(図3(c)参照)。

$E'(z)$ は、以下の近似条件を満足するように設計される。

$$\text{場合1: } (L\omega_{s1} - M\pi) \geq 0, \text{ かつ } (L\omega_{s2} - M\pi) \leq \pi \quad (8)$$

$$DBp \geq 20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \geq -DBp \quad (9)$$

$$\omega \in [L\omega_{p1} - M\pi, L\omega_{p2} - M\pi]$$

$$20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \leq -DBs \quad (10)$$

$$\omega \in [0, L\omega_{s1} - M\pi] \cup \omega \in [L\omega_{s2} - M\pi, \pi]$$

式(9)は通過域特性の補正、式(10)は阻止域特性の補正を意味する。但し、手順2で求めた L と M が式(8)の条件を満たさず、式(11)、(15)または(19)に対応するならば、式(9)および(10)は、各条件ごとに以下の近似条件で置き換えられる。

$$\text{場合2: } (L\omega_{s1} - M\pi) \leq 0 \text{ かつ } (L\omega_{s2} - M\pi) \leq \pi \quad (11)$$

$$DBp \geq 20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \geq -DBp \quad (12)$$

$$\omega \in [L\omega_p - M\pi, L\omega_{p2} - M\pi]$$

$$20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \leq -DBs \quad (13)$$

$$\omega \in [L\omega_{s2} - M\pi, \pi]$$

$$20 \log |E'(e^{j\omega})| \leq \Delta_s \quad \omega \in [0, L\omega_{p1} - M\pi] \quad (14)$$

$$\text{場合3: } (L\omega_{s1} - M\pi) \geq 0 \text{ かつ } (L\omega_{s2} - M\pi) \geq \pi \quad (15)$$

$$DBp \geq 20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \geq -DBp \quad (16)$$

$$\omega \in [L\omega_{p1} - M\pi, L\omega_{p2} - M\pi]$$

$$20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \leq -DBs \quad (17)$$

$$\omega \in [0, L\omega_{s1} - M\pi]$$

$$20 \log |E'(e^{j\omega})| \leq \Delta_s \quad \omega \in [L\omega_{p2} - M\pi, \pi] \quad (18)$$

$$\text{場合4: } (L\omega_{s1} - M\pi) \leq 0, \text{ かつ } (L\omega_{s2} - M\pi) \geq \pi \quad (19)$$

$$DBp \geq 20 \log |E'(e^{j\omega})P(e^{j(\omega+M\pi)/L})| \leq -DBp \quad (20)$$

$$\omega \in [L\omega_{p1} - M\pi, L\omega_{p2} - M\pi]$$

$$20 \log |E'(e^{j\omega})| \leq \Delta_s \quad (21)$$

$$\omega \in [0, L\omega_{p1} - M\pi] \cup \omega \in [L\omega_{p2} - M\pi, \pi]$$

ここで、式(14)、(18)および(21)は、遷移帯域に対す

る近似条件である。

手順4：イコライザ $E(z)$ を設計する。

手順3で得られたイコライザ $E'(z)$ に、 M が奇数、偶数の場合で以下のように零インパルスを補間する(図3(d)参照)。

$$E(z) = E'(z^L) \quad (M: \text{奇数}) \quad (22)$$

$$E(z) = E'(-z^L) \quad (M: \text{偶数}) \quad (23)$$

プリフィルタは、容易に大きな阻止域減衰量を得ることはできるが、仕様を満たす通過域特性を得ることは一般に困難である。本設計法の基礎は、プリフィルタのこのような特徴から、イコライザの働きが主に通過域の補正であることに着目し、通過域特性を周波数方向に拡大し、できる限り低い次数のイコライザにより通過域特性の補正を完了することにある。次に、具体的な設計例に対し、本方法の有効性を確認する。

3. 設計例

ここでは、2.2で述べた手順に従いフィルタを設計し、従来の方法に比べ、本方法が乗算器数の低減に対しより効果的であることを示す。

設計例1： 2.2で述べた例1の仕様を再び考える。この仕様に対し、まず3段のプリフィルタを設計し⁽¹³⁾、それを縦続に接続する(図4, $P(e^{j\omega})$ 参照)。次に、このプリフィルタに対し、手順2, 手順3および手順4に従いイコライザを設計する。図4の $E(e^{j\omega})$ が設計されたイコライザの周波数特性である。但しこの場合、式(4)に対応する整数値 L および M は、式(6)、(7)より $L=19$, $M=11$ と選択された。故に、式(19)の場合4に相当し、式(20)、(21)の条件が対応する。

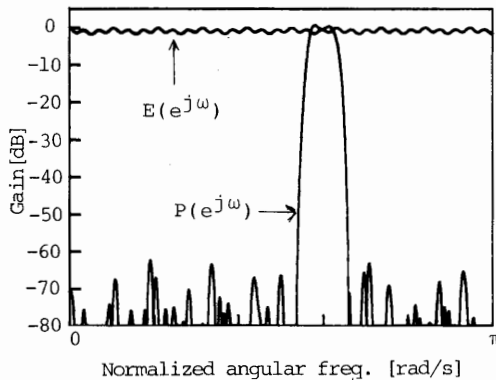


図4 設計されたプリフィルタと提案するイコライザの周波数特性

Fig. 4 Frequency responses of the designed prefilter and interpolated equalizer.

図5が設計されたフィルタ全体の周波数特性である。

表1では、イコライザの設計に補間の概念を用いていない従来のプリフィルタ-イコライザ構成、プリフィルタを用いず Remez のアルゴリズムにより直接フィルタを設計した場合、および本方法による場合に対し、それぞれ、その実現に要する演算素子数をまとめている。表1から、本方法により設計されたフィルタが、遅延器数が直接設計による場合の約3倍近く増加しているが、乗算器数は1/18しか要しないことがわかる。更に、従来のプリフィルタ-イコライザ構成法と比較しても約1/6の乗算器数しか要しないことがわかる。また、手順2における L および M の選択を代えることにより、乗算器数と遅延器数の相互交換も可能なことに注意する。2.2で述べた L , M の選択は、乗算器数の低減を最優先としたものである。

設計例2： 次に、以下の仕様の設計を考えてみる。

通過域端角周波数： $\omega_{p1} = 0.384\pi$ [rad/s]

$\omega_{p2} = 0.416\pi$ [rad/s]

阻止域端角周波数： $\omega_{s1} = 0.352\pi$ [rad/s]

$\omega_{s2} = 0.448\pi$ [rad/s]

通過域リップル： $DB_p = 0.1$ dB

表1 例1のハードウェアの比較

	乗算器	加算器	遅延器
直接設計	74	144	144
3段プリフィルタ	0	117	303
イコライザ	26	50	50
合計	26	167	353
3段プリフィルタ	0	117	303
本イコライザ	4	6	114
合計	4	123	417

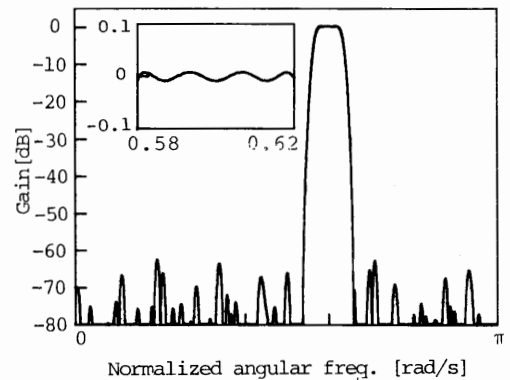


図5 全体の周波数特性

Fig. 5 Overall frequency response.

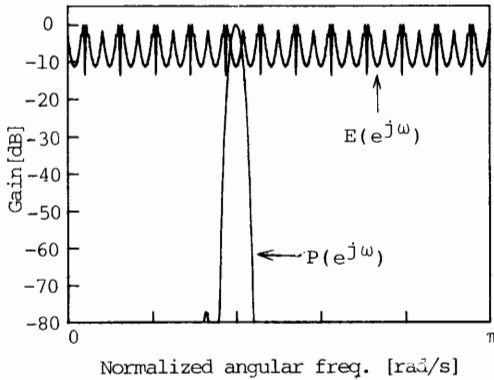


図 6 RRS と提案するイコライザの周波数特性
Fig. 6 Frequency responses of RRS and interpolated equalizer.

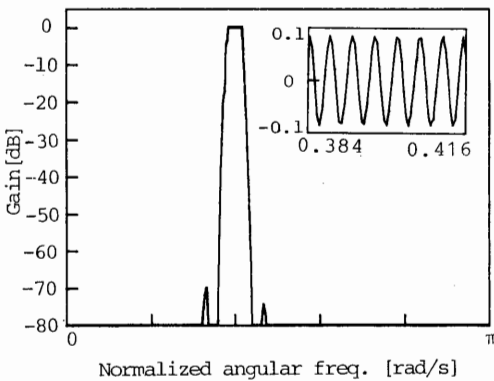


図 7 全体の周波数特性
Fig. 7 Overall frequency response.

表 2 例 2 のハードウェアの比較

	乗算器	加算器	遅延器
直接設計	90	178	178
帯域通過形 RRS	6	30	228
イコライザ	27	52	52
合計	33	82	280
帯域通過形 RRS	6	30	228
本イコライザ	8	14	266
合計	14	44	494

阻止域減衰量: $DB_s = 60$ dB

本論文で提案したイコライザの設計法の適用は、プリフィルタを限定しない。そこでこの例では、文献(11)のプリフィルタに対して本方法を適用し、フィルタを設計した。図 6 は、設計されたプリフィルタとイコライザの周波数特性、図 7 がその場合の全体の周波数特

性である。表 2 では、表 1 と同様に、各設計法に対し必要な素子数を比較している。乗算器数に着目すると、本方法では、直接設計の約 1/11、従来のイコライザ設計に基づく場合の約 1/4 であることがわかる。

4. むすび

乗算器数の低減を目的とした設計法であるプリフィルタ-イコライザ構成に対し、補間の概念を取り込んだイコライザの設計法を提案した。報告されているプリフィルタの設計法では、容易に大きな阻止域減衰量を得ることができ、そのためイコライザの働きは、主にプリフィルタの通過域特性の補正となる。そこに、本イコライザ設計法の基礎がある。

実際に、報告されているプリフィルタと組み合わせる FIR フィルタを設計し、本方法の有効性を確認した。設計例では、従来のイコライザ設計法に比べ、本方法により設計されたイコライザを用いることによって、乗算器数が約 1/4 から 1/6 に低減された。

今後は、急しゅんなフィルタ特性を要するマルチレートシステムの設計に、本方法を応用する予定である。

謝辞 有益な御教示を頂いた本学佐藤正光助教授、東京工業大学小野田真穂樹教授に感謝する。また、温かい御教授を頂く、長岡技術科学大学神林紀嘉教授に感謝する。

文 献

- (1) J. W. Adams and A. N. Willson, Jr: "A new approach to FIR digital filters with fewer multipliers and reduced sensitivity", IEEE Trans. Circuits and Syst., **CAS-30**, 5, pp. 277-283(May 1983).
- (2) J. W. Adams and A. N. Willson, Jr: "Some efficient digital prefilter structures", IEEE Trans. Circuits and Syst., **CAS-31**, 3, pp.260-266(March 1984).
- (3) J. W. Adams and A. N. Willson, Jr: "A novel approach to the design of efficient FIR digital bandpass filters", in Proc. ISCAS'84, pp.28-32(May 1984).
- (4) 本間仁志, 山田正一, 佐川雅彦: "補間されたイコライザを用いた直線位相 FIR デジタルフィルタ", 信学論(A), **J70-A**, 8, pp.1107-1114(昭 62-08).
- (5) 相川直幸, 佐藤正光: "FIR フィルタのための新しいプリフィルタ設計法", 信学論(A), **J71-A**, 2, pp.268-274(昭 63-02).
- (6) 菊池久和, 阿部義人, 渡辺弘道: "FIR デジタルフィルタのための効果的なプレフィルタリング", 信学技報, **CAS86**-18(1986-05).
- (7) 本間仁志, 山田正一, 佐川雅彦: "プリフィルタ-イコライザ構成に基づく帯域通過及び帯域除去 FIR デジタルフィルタの設計", 信学技報, **CAS86**-231(1987-03).
- (8) 星野政則, 池原雅章, 高橋進一: "インタポレーション技法

を用いた狭帯域フィルタの設計”, 信学論(A), **J71-A**, 9, pp.1673-1681(昭63-09).

(9) Y. Neuvo, D. C. Cheng-Yu and S. K. Mitra: “Interpolated finite impulse response filters”, IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Process., **ASSP-32**, 6, pp. 563-570(June 1984).

(10) T. Saramaki, Y. Neuvo and S. K. Mitra: “Efficient interpolated FIR filters”, Proc. ISCAS '85, pp.1145-1148(June 1985).

(11) 白井孝治, 相川直幸, 佐藤正光: “帯域通過フィルタのための補間によるプリフィルタの設計法”, 信学論(A), **J72-A**, 2, pp.319-325(平1-02).

(12) 相川直幸, 葉 軍, 佐藤正光: “補間されたイコライザを用いた帯域通過 FIR フィルタの設計法”, 昭63 信学秋季全大, A-41.

(13) 相川直幸, 葉 軍, 佐藤正光: “プリフィルタ-イコライザ構成による帯域通過フィルタの設計法”, 信学技報, **CAS87-238**(1988-03).

(14) J. H. McClellan, T. W. Parks and L. R. Rabiner: “A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters”, IEEE Trans. Audio and Electroacoust., **AU-21**, pp.506-526(Dec. 1973).

付 録

式(2), (3)のプリフィルタのインパルス応答に対して補足する。

帯域通過形プリフィルタの伝達関数は, 本文で以下のように与えられた。

$$P(z) = \frac{Q(z)}{1 - (-1)^k z^{-L}} \quad (A\cdot1)$$

但し,

$$Q(z) = \sum_{n=0}^{N+L} q(n)z^{-n}, \quad q(n) \in \{-1, 0, 1\} \quad (A\cdot2)$$

式(A-1)は,

$$P(z)(1 - (-1)^k z^{-L}) = Q(z) \quad (A\cdot3)$$

と変形できる。これは, $P(z)$ のインパルス応答 $p(n)$ と式(A-2)のインパルス応答 $q(n)$ を用いると次式の関係と等価である。

$$p(n) - (-1)^k p(n-L) = q(n) \quad (A\cdot4)$$

ここで, $p(n)$ と $q(n)$ は上式の関係を満たすと同時に, 以下の条件も満足するように決定しなければならない。

- (a) $p(z)$ が有限インパルス応答である。
- (b) $q(n)$ の値が 0, ± 1 のいずれかである。
- (c) $p(z)$ が直接位相特性をもつ。

$P(z)$ のインパルス応答 $p(n)$ は, 仕様を満たす伝達関数 $H(z)$ を近似した後に, そのインパルス応答 $h(n)$ を量子化ステップ Δ で量子化することによって決定される。従って条件(a), (c)は, $H(z)$ が直接位相 FIR

フィルタであるならば, 必ず満たされることになる。また条件(b)は, 式(A-4)からわかるように, あるインパルス応答 $p(n)$ と L 離れたインパルス応答 $p(n-L)$ の差が零値または $\pm \Delta$ であるとき満たされる。このことは, $h(n)$ を量子化して $p(n)$ を決定する際に考慮され, その際の量子化誤差が最小となるように量子化ステップ Δ を決める。以上のように設計することによって, $P(z)$ は直線位相 FIR フィルタとなる。

(平成元年 6 月 16 日受付, 12 月 18 日再受付)

本間 仁志



会員。

昭55 長岡技科大・工・電気電子システム工学課程卒。昭57 同大大学院修士課程了。同年都立大・工・電気工学科助手。昭62 工博。デジタルフィルタおよび高速フーリエ変換に関する研究に従事。著書「高速フーリエ変換のアルゴリズム」(共訳)。IEEE

相川 直幸



昭60 山梨大・工・電気卒。昭62 都立大修士課程了。同年同大助手。デジタルフィルタの解析および設計法に関する研究に従事。

佐川 雅彦



昭32 東工大・理工・電気卒。昭39 同大大学院博士課程了。同年東工大助手。昭41 都立大助教授。昭58 同教授。工博。時変回路, 能動回路, CADの研究に従事。著書「基礎回路解析」, 「現代回路解析」(共著)。IEEE 会員。