

イコライザを用いた並列 QMF バンクの設計

正員 本間 仁志[†] 准員 伊藤 一広[†]
 正員 佐川 雅彦[†]

Design of Parallel QMF Banks with Equalizers
 Hitoshi HONMA[†], Member, Kazuhiro ITOH[†], Associate Member
 and Masahiko SAGAWA[†], Member

[†] 東京都立大学工学部電気工学科, 東京都
 Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University, Tokyo, 158
 Japan

あらまし 本論文では, イコライザを導入した新しい並列 QMF バンクの構成法を与える. 本方法を用いて QMF バンクを設計することによって, QMF バンクの設計負担が軽減でき, かつバンク全体のハードウェア量も低減できる.

1. まえがき

QMF (Quadrature Mirror Filter) バンクは, 従来から TDM-FDM 変換器, 音声のサブバンド符号化器等に用いられてきた⁽¹⁾. また最近では, 適応信号処理や高精度なスペクトル推定など, 多方面での応用が期待されている^{(2),(3)}.

QMF バンクを設計する場合, 以下の設計条件を考慮しなければならない.

- (A) エリアジングおよびイメージング成分の除去
- (B) 全域通過特性
- (C) 直線位相特性

QMF バンクの研究は, 任意の帯域分割に対して, 上述の三つの条件をできる限り完全に近似し, かつ設計法の複雑さを軽減するという立場から行われている⁽⁴⁾⁻⁽¹¹⁾.

このような背景を踏まえて, 本論文では, イコライザを導入した新しい QMF バンクの構成法を提案する. イコライザの導入の結果, 各チャンネルフィルタ若しくはそれらの基礎となる基本フィルタの設計が, 単一のフィルタ近似と同様の線形問題に帰着され, 非常に単純化される. また, イコライザの導入によりバンク全体で要する演算量を低減できる場合があることを指摘する. 最後に具体的な設計例を示し, 本方法の有効性を確認する.

2. 準備

ここでは, 従来の並列 QMF バンクについて簡単に説明し, 提案する QMF バンク設計法の着眼点を述べる.

従来の (Maximally Decimated) M 等分割並列

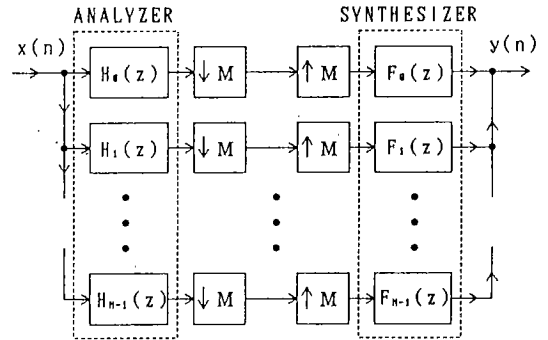


図1 M 分割並列 QMF バンク
 Fig.1 M -channel parallel QMF banks.

QMF バンクの構成を図1に示す⁽⁸⁾⁻⁽¹¹⁾. この構成における入出力の関係は,

$$Y(z) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} X(zW^{-m}) \cdot \sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^{-m}) F_k(z) \quad (1)$$

$$W = \exp(-j2\pi/M)$$

と表すことができる⁽⁸⁾⁻⁽¹¹⁾. 但し, $X(z)$, $Y(z)$ はそれぞれ, 入力信号 $x(n)$ および出力信号 $y(n)$ の z 変換である.

図1の構成が QMF バンクとして機能するには, 式(1)が次式のように整理される必要がある.

$$Y(z) = z^{-L} X(z) \quad (L: \text{正の整数}) \quad (2)$$

すなわち, バンク全体の特性が, 理想的には, 入力信号にひずみを与えない直線位相全域通過特性と見なせなければならない. このことは, 図1を構成する各フィルタに対して以下の設計制約を課すことと等価である⁽⁸⁾⁻⁽¹¹⁾.

$$\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^{-m}) F_k(z) = 0, \quad m=1, 2, \dots, M-1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(z) F_k(z) = z^{-L} \quad (4)$$

式(3)は, レート変換に伴って生じた信号の折返しひずみが最終的には相殺されるための条件である. 式(3)が満たされたとき, 式(2)の右辺は式(4)の左辺の形に整理され, 図1の構成を線形時不変システムとして取り扱うことが可能となる.

従来のフィルタバンクの設計手順では, あらかじめ解析的に求められた各フィルタ間の相互関係のもとで, 式(4)の条件を満たすように各フィルタを近似する⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾. しかしこのフィルタ近似は, 通常のフィルタ近似とは異なり, 全域通過特性を実現するために遷移帯域も含め各フィルタを同時近似する必要がある.

そこで本論文では、各フィルタを同時近似するのではなく、通常の単一のフィルタ近似と同様に、バンクを構成する各フィルタを独立に設計する方法を提案する。更にこの方法は、バンク全体のハードウェアを低減するという特徴も持っている。

3. イコライザを用いた並列 QMF バンク

ここでは、図 1 の従来の並列 QMF バンクの構成に更にイコライザを縦続接続したバンク構成法を提案する。

提案する並列 QMF バンクの構成を図 2 に示す。このとき、図 2 の構成における入出力関係は、イコライザの伝達関数 $E(z)$ を用いて、次式のように表される。

$$X(z) = \frac{1}{M} E(z) \sum_{m=0}^{M-1} X(zW^{-m}) \sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^{-m}) F_k(z) \quad (5)$$

更に、提案する並列 QMF バンクの設計条件は、式(3)および(4)との対比から、

$$E(z) \left\{ \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^{-m}) F_k(z) \right\} = 0 \quad m=1, 2, \dots, M-1 \quad (6)$$

$$\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} E(z) H_k(z) F_k(z) = z^{-L'} \quad (L' : \text{正の整数}) \quad (7)$$

のように容易に導かれる。式(6)は式(3)に対応し、スペクトルの重なりに関する相殺条件である。また式(7)は式(4)と同様にフィルタバンクが全域通過特性を有する条件である。

図 2 の構成法では、バンクの設計手順は次のようになる。まず式(6)を満たすように、各分割、合成フィルタの伝達関数 $H_k(z)$, $F_k(z)$ の相互関係を規定する。ここで、そのための各伝達関数の関係は、式(3)と式(6)の対比から明らかなように、 $E(z)$ の特性とは無関係に式(3)の場合と同じになることに注意する。従っ

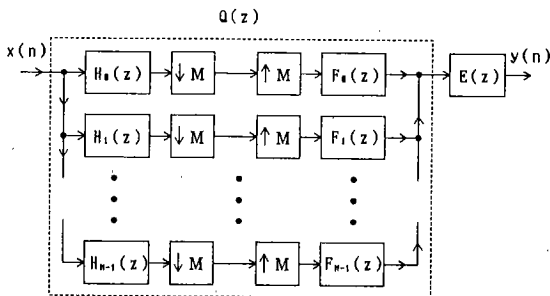


図 2 イコライザを用いた並列 QMF バンク
Fig. 2 Parallel QMF banks with the equalizers.

て、図 2 の構成に対しても、従来の相殺条件を直接適用することができる^{(9)~(11)}。次にこの条件のもとで、式(7)を満たすように各フィルタを近似設計する。但し、最終的なバンク全体の全域通過特性はイコライザによって実現されるため、 $H_k(z)$, $F_k(z)$ の合成特性が必ずしも全域通過特性をもつ必要はない。従って、各フィルタの通過域および遷移帯域での振舞いに対する厳しい制約は緩和され、それらをより低次かつ通常の単一のフィルタ近似と同程度の容易さで設計できる。

4. イコライザの設計

ここでは、式(7)を満たすためのイコライザの設計法を述べる。更に、帯域分割を等間隔に行う等分割バンクの設計に議論を限定し、より詳細にイコライザの設計法を論ずる。

4.1 イコライザの設計

今、各分割、合成フィルタ $H_k(z)$, $F_k(z)$ が、式(6)のみを考慮して従来法によって決定されたと仮定する。このとき、イコライザ以外の並列 QMF バンクの全体特性は、次式の $Q(z)$ で表される。

$$Q(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(z) F_k(z) \quad (8)$$

上式の振幅特性を $Q^*(e^{j\omega})$ 、イコライザの振幅特性を $E^*(e^{j\omega})$ およびバンクの理想振幅特性を $D^*(e^{j\omega})$ と表せば、次式の誤差 $R^*(e^{j\omega})$ を定義できる。

$$R^*(e^{j\omega}) = D^*(e^{j\omega}) - Q^*(e^{j\omega}) E^*(e^{j\omega}) \quad (9)$$

但し、

$$D^*(e^{j\omega}) = 1, \quad 0 \leq \omega < 2\pi \quad (10)$$

更に上式は、

$$R^*(e^{j\omega}) = Q^*(e^{j\omega}) [D^*(e^{j\omega}) - E^*(e^{j\omega})] \quad (11)$$

但し、

$$D^*(e^{j\omega}) = D^*(e^{j\omega}) / Q^*(e^{j\omega}) \quad (12)$$

と容易に整理される。従って、バンク全体が全域通過となるためのイコライザの設計は、式(11)を目的関数として行えばよい。例えば等リプル近似であれば、よく知られる Remez のアルゴリズムを用いて容易に必要な近似精度が得られる^{(12),(15)}。以上のように、本法では、バンクの全域通過近似の問題を、式(8)の $Q(z)$ の特性にかかわらず、イコライザ $E(z)$ のみの近似問題に帰着できる。

4.2 等分割バンクのためのイコライザ

式(8)の周波数特性を補正して、バンクの全域通過特性を実現するには、4.1 に示した手順に従ってイコライザ $E(z)$ を設計すればよい。このとき、イコライザ $E(z)$ の伝達関数は、一般に、

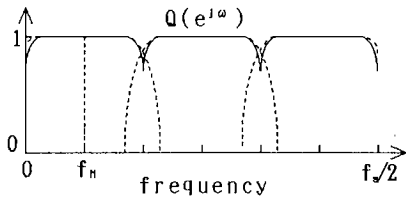


図3 $Q(e^{j\omega})$ の周期
Fig. 3 Period of $Q(e^{j\omega})$.

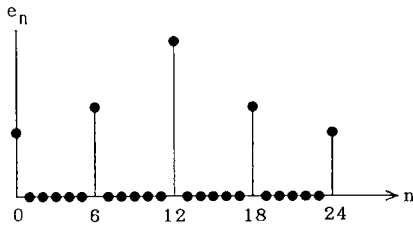


図4 イコライザのインパルス応答
Fig. 4 Impulse response of the equalizers.

$$E(z) = \sum_{n=0}^{E-1} e_n z^{-n} \quad (13)$$

と書ける。ここで、 $(E-1)$ と e_n は、それぞれイコライザの次数とインパルス応答である。ここでは、もし式(8)の $Q(z)$ がサンプリング周波数 f_s によって決まる周期 f_s よりも短い周期 f_M の振幅特性をもつならば、イコライザのインパルス応答 e_n の多くを零値にできることを示す。

通常奇数形 M 等分割バンクでは、 $Q(z)$ の振幅特性の周期を、

$$f_M = f_s/2M \quad (\text{奇数形}) \quad (14a)$$

に、偶数形 M 等分割バンクでは、

$$f_M = f_s/2(M-1) \quad (\text{偶数形}) \quad (14b)$$

とすることができる⁽¹⁾。 $M=3$ の奇数形バンクに対して、この様子を図3に示す。もし $Q(z)$ の振幅特性が周期 $f_M = f_s/2M$ をもつならば、周期 $f_M = f_s/2M$ をもつイコライザによってその特性を補正することができる。イコライザの振幅特性が周期 $f_M = f_s/2M$ を有するための必要十分条件は、その次数 $(E-1)$ が、

$$E-1 = 4KM \quad (K \text{ は自然数}) \quad (15)$$

であり、かつインパルス応答 e_n が、

$$e_n = 0 \quad (n \neq 0, 2M, 4M, \dots, 4KM) \quad (16)$$

となることである^{(13),(14)}。 $M=3, K=2$ の場合に対して、 e_n を図4に例示する。式(16)および図4からわかるように、この条件は、換言すると $2K$ 次のイコライザの各インパルス応答の間に $2M-1$ 個の零値を挿入す

ることに相当する。このような性質をもつイコライザは、補間されたイコライザと呼ばれている^{(13),(14)}。補間されたイコライザの実現に要する乗算器数および加算器数は、それぞれ $K+1, 2K$ 個と非常に少ない。

同様に、周期 $f_M = f_s/2(M-1)$ をもつ偶数形バンクに対しても、次数を

$$E-1 = 4K(M-1) \quad (17)$$

と選び、かつインパルス応答を

$$e_n = 0, \quad (n \neq 0, 2(M-1), 4(M-1), \dots, 4K(M-1)) \quad (18)$$

とすることにより周期 $f_M = f_s/2(M-1)$ をもつ効果的なイコライザが得られる。

以上のような補間されたイコライザは、 $Q(z)$ の特性の独立な帯域のみを補正するイコライザをまず設計し、その後、その各インパルス応答の間に零値を挿入することによって設計される^{(13),(14)}。このイコライザは、補正すべき独立な領域が狭い、すなわち帯域分割数 M の大きいバンクに対して非常に効果的である。

以上、等分割バンクに対して議論したが、不等分割バンクについても、 $Q(z)$ の特性がサンプリング周波数で決まる周期よりも短い周期を有するときには、等分割の場合と全く同様、効果的なイコライザを設計することが可能である。

5. 設計例

ここでは、具体的な例を通して本法の有効性を確認する。設計例として、奇数形4等分割並列擬似QMFバンクの設計を文献(11)の方法に基づいて行う。設計法の詳細については、文献(11)を参照されたい。

まず、分割側の基本低域通過フィルタ $H(z)$ を以下の仕様のもとで設計する。

[仕様]	通過域遮断周波数	: 0.092 π
	阻止域遮断周波数	: 0.2 π
	通過域リプル	: 0.2 [dB]
	阻止域減衰量	: -30 [dB]

この $H(z)$ は、Remezのアルゴリズム⁽¹⁵⁾を用いて29次で設計された。次にこの $H(z)$ に基づいて合成側の基本低域通過フィルタ $F(z)$ を決め、更にこれらの基本低域通過フィルタを基礎に各チャンネルの分割、合成フィルタを設計する。

図5は、設計された各分割フィルタ $H_k(z)$ ($k=0, 1, 2, 3$)の振幅特性を例示している。また図6は、合成された $Q(z)$ の振幅特性を示している。このバンクは、隣接チャンネル間のスペクトルの重なりを相殺し、完全な直線位相特性を有している。しかし、図6からわかる

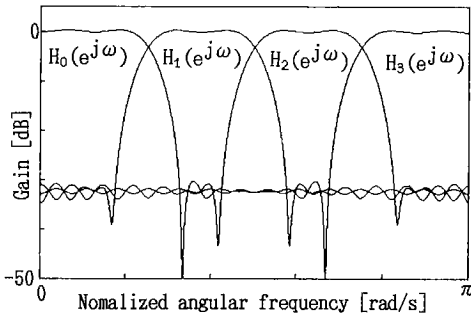


図5 各分割フィルタの振幅特性
Fig. 5 Amplitude response of each analysis filters.

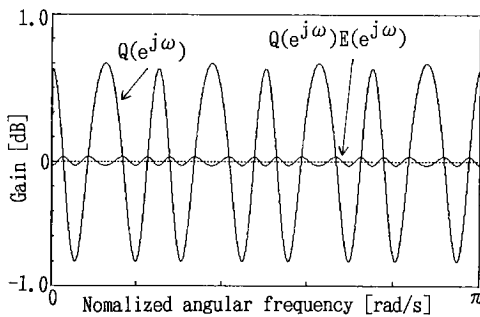


図6 バンク全体の振幅特性
Fig. 6 Amplitude response of the whole bank.

ように、全域通過特性に約 0.8 [dB] の乱れがある。これは、各基本低域通過フィルタの通過域リップルと、それらの遷移帯域での振幅歪みに対する制約を考慮しなかったことが原因である。そこで次に、4. で述べた手順に従いイコライザを設計し、 $Q(z)$ の特性の補正を行った。イコライザによる補正後のバンク全体の振幅特性を図 6 に示す。図 6 より、イコライザによって全域通過特性が約 3.52×10^{-2} [dB] にまで補正されたことがわかる。但し、イコライザの次数は $E-1=48$ とした。換言すると、バンクの分割数が $M=4$ であるので、式 (15) の関係から、7 個の非零のインパルス応答をもつイコライザを使用したことになる。また、更に良好な全域通過特性が望まれる場合には、より高次のイコライザを用いることによって容易に所望の精度を得ることができる。

このフィルタバンクの実現に要する素子数を、表 1 に示す。また従来法との比較のため参考までに、文献 (11) の方法を用いて同程度の全域通過特性を有するバンクを設計した場合、およびよく知られる 2 等分割バンクのトリイ構成法によってバンクを設計した場合

表 1 バンク全体の實現に要するハードウェア量の比較

	バンク全体の實現に要する素子数		
	乗算器	加算器	遅延器
文献(12)	184	355	384
トリイ構成法	180	348	348
本方法	124	233	304

の^{(4),(5)}、バンク実現に要する素子数を同表に示す。但しトリイ構成法における各フィルタについては、先の基本フィルタと同じ 29 次のものを用いた。表 1 より本方法は、従来法と比較して、ハードウェア量を効果的に低減できることがわかる。具体例は示さないが、より低次の基本フィルタを用いてバンクを構成することも可能であり、そのときハードウェア量は更に低減されることを確認している。

最後に、本方法による素子数の相対的な低減効果は、帯域分割数 M が大きいほど顕著であることを付記しておく。

6. むすび

本論文では、イコライザを用いた QMF バンクの構成法を提案した。イコライザの導入によって、QMF バンクを構成する各チャネルフィルタは、従来法に比べ極めて緩い制約のもとで設計された。その結果、バンク全体の實現に要するハードウェア量の低減を可能にした。またバンク全体の周波数特性が周期性をもつ場合には、イコライザの設計に補間の概念を取り込むことができ、特に効果的にハードウェアを低減できた。今後は、DFT バンクへ本方法を応用する予定である。

文 献

- (1) Crochiere R. E. and Rabiner L. R.: "Multirate Digital Signal Processing", Prentice-Hall (1983).
- (2) Somayazulu V. S., Mitra S. K. and Shynk J. J.: "Adaptive line enhancement using multirate techniques", IEEE Proc. ICASSP '89, pp. 928-931 (1989).
- (3) 知念 徹, 本間仁志, 佐川雅彦: "フィルタバンクを用いた LMS 適応信号処理", 信学技報, CAS89-75(1989-10).
- (4) Smith M. J. T. and Barnwell III T. P.: "Exact reconstruction techniques for tree-structured subband coders", IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Process., ASSP-34, pp. 434-441 (June 1986).
- (5) Vaidyanathan P. P.: "Lattice structures for optimal design and robust implementation of two-channel perfect reconstruction QMF banks", IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Process., ASSP-36, pp. 81-94 (Jan. 1988).
- (6) 黒沢 馨, 藤田洋一: "不等間隔完全 QMF システムの構

- 成”, 信学論 (A), **J72-A**, 10, pp.1510-1518 (1989-10).
- (7) 黒沢 馨, 中村 勝: “Maximally decimated 不等間隔完全 QMF の構成”, 信学技報, **CAS89-159** (1990-03).
- (8) Vaidyanathan P. P.: “Theory and design of M -channel maximally decimated quadrature mirror filters with arbitrary M , having the perfect-reconstruction property”, IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Process., **ASSP-35**, 4, pp. 476-492 (April 1987).
- (9) 黒沢 馨, チャチャワン ヨンホン, 辻井重男: “任意の分割数を有する Non-Aliasing 帯域分割合成システム”, 信学技報, **CS85-169**.
- (10) Swaminathan K. and Vaidyanathan P. P.: “Theory and design of uniform DFT, parallel, quadrature mirror filter banks”, IEEE Trans. Circuits and Syst., **CAS-33**, 12, pp.1170-1191 (Dec. 1986).
- (11) 中山謙二: “マルチバンド帯域分割合成フィルタの一構成法”, 信学技報, **CAS86-74** (1986-08).
- (12) Adams J. W. and Willson A. N. Jr.: “A new approach to FIR digital filters with fewer multipliers and reduced sensitivity”, IEEE Trans. Circuits and Syst., **CAS-30**, 5, pp. 277-283 (May 1983).
- (13) 本間仁志, 山田正一, 佐川雅彦: “補間されたイコライザを用いた直線位相 FIR デジタルフィルタ”, 信学論 (A), **J70-A**, 8, pp.1107-1115 (1986-08).
- (14) 本間仁志, 相川直幸, 佐川雅彦: “少数の乗算器を持つ帯域通過 FIR デジタルフィルタのための効果的なイコライザ設計法”, 信学論 (A), **J73-A**, 5, pp.955-960 (1990-05).
- (15) McClellan J. H., Parks T. W. and Rabiner L. R.: “A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters”, IEEE Trans. Audio and Electroacoust., **AU-21**, pp. 506-526 (Dec. 1973).

(平成2年10月15日受付)