

サブバンド適応システムの等価モデルとその理論解析

正員 小野 芳浩<sup>†</sup>      正員 西川 清史<sup>†</sup>      正員 貴家 仁志<sup>†</sup>

An Equivalent Model for Subband Adaptive System and Its Performance Analysis

Yoshihiro ONO<sup>†</sup>, Kiyoshi NISHIKAWA<sup>†</sup> and Hitoshi KIYA<sup>†</sup>, Members

あらまし サブバンド適応システムの有用性は広く知られているが、その理論的な解析に関する研究は十分とは言えない。理論的な解析を妨げている理由の一つに、未知システムへの入力と各バンドの適応フィルタへの入力とが一致していないという構成上の制約が挙げられる。本論文ではサブバンド適応システムの理論的な解析を目的に、この制約を取り除いた新しい等価モデルを提案する。更に、その等価モデルにウィーナーフィルタ理論を適用し、サブバンド適応システムにおける最適 ADF 係数、最小 2 乗平均誤差を理論的に導出する。最後に、実験結果と導かれた理論値を実際に比較し、提案されたモデルおよび理論式の有効性を示す。

キーワード 適応フィルタ、フィルタバンク、サブバンド適応システム、等価モデル、理論解析、最適適応フィルタ係数、最小 2 乗平均誤差、ウィーナーフィルタ理論

1. まえがき

適応信号処理における研究課題の一つとして、適応デジタルフィルタ (Adaptive Digital Filter; ADF) が推定目標に到達するまでの収束速度と係数更新に伴う演算量に関する問題がある。例えば、テレコンファレンスシステムやハンズフリー電話で生ずるエコーの消去を行う音響エコーキャンセラでは、適応フィルタの同定すべきエコーパスは数千次にも及ぶ未知システムであり時間と共に変化するため、適応フィルタの不十分な収束速度は音質の劣化を招き、演算量の増加はハードウェアを増大させ場合によっては収束速度へも影響する。

これらの問題点を同時に改善する一つの方法としてサブバンド適応システムが提案された<sup>(1)~(7)</sup>。図 1 にサブバンド適応システムの構成を示す。これは、高次・高レート of 適応問題を複数個の低次・低レートの適応問題に置き換えて処理するものである。適応システムをサブバンド構成にすることにより、

- (1) 低い動作レートでの適応処理が係数更新に要する演算負荷を軽減し、
- (2) 分割されたそれぞれの信号帯域において扱う

信号の有色性が低減される

という利点を得られる。サブバンド適応システムの有用性は広く知られており、応用に関しても盛んに研究されている<sup>(1)~(5)</sup>。

しかし、このサブバンド適応システムにおいても新たな問題が生じる。間引き処理により信号中にエイリアシング (aliasing) 成分が出現し、適応システムの最

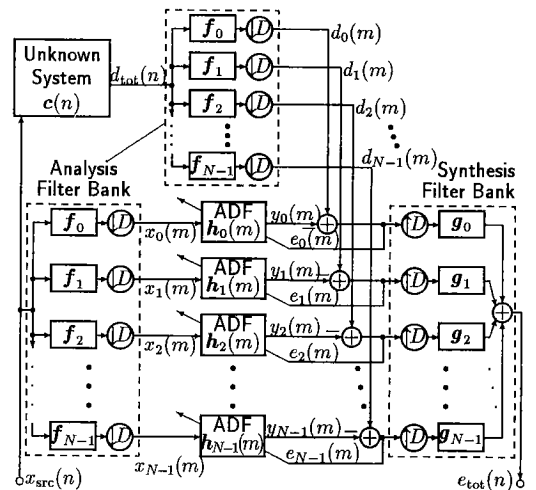


図 1 サブバンド適応システムの構成  
Fig. 1 A structure of subband adaptive system.

<sup>†</sup> 東京都立大学工学部電子情報工学科, 八王子市 Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University, Hachioji-shi, 192-03 Japan

小2乗平均誤差が零まで収束しない。このことは音響エコーキャンセラではエコー抑圧が十分行われな可能性を意味する。これに対してさまざまな方法が提案されている<sup>(3)~(7)</sup>が、エリアジングの影響を完全に回避する方法は示されていない。この問題はサブバンド適応システム内のレート変換処理に起因するため、適応特性の改善にはレート変換を含む適応システムの理論的な解析が必要である<sup>(8)~(10)</sup>。

適応システムの解析対象としては、(a) 最適 ADF 係数、(b) 最小2乗平均誤差、(c) ADF の収束速度、(d) 係数更新に要する演算量、の四つが代表的である。図1に示すサブバンド適応システムにおいて、未知システム、フィルタバンクのフィルタおよび間引き率を固定した場合、(a) および (b) は使用する係数更新アルゴリズムによらず一定値をとる。一方 (c) および (d) は上の条件のもとでも使用する係数更新アルゴリズムに依存する。本論文では、サブバンド適応システムに関する (a) および (b) の解析を行うものである。

レート変換を含まない一般の適応システムが出力誤差の2乗平均値を最小にする意味で最適であるとき、(a) および (b) については広く知られているウィーナーフィルタ理論で説明される<sup>(12)</sup>。しかし、サブバンド適応システムにおいては未知システムへの入力と ADF への入力が一致しないという構成上の制約があるため、一般の適応システムと同様の手順によって、(a) および (b) を解析することは困難である。そこで本論文では、まずサブバンド適応システムにおいて、その制約を取り除いた等価モデルを提案する。次に提案した等価モデルを用いて、サブバンド適応システムの構成要素である適応サブシステムに対して理論解析を行う。更に、その結果をサブバンド適応システム全体に拡張する。

## 2. 表現の準備と適応サブシステム

詳細な議論の前に、本論文で用いる記号や式の表現形式について簡単に説明する。また、本論文で解析対象とするサブバンド適応システムおよびその構成要素である適応サブシステムについて述べる。

### 2.1 記号および式の表現

(1) フィルタはすべてインパルス応答  $f(n)$  を要素としてもつ縦ベクトル  $\mathbf{f}$  で表し、

$$\mathbf{f} = [f(0), f(1), f(2), \dots, f(L_f - 1)]^T \quad (1)$$

のように書くものとする。但し  $L_f$  は添字の文字で表されるフィルタ (この場合は  $\mathbf{f}$ ) のインパルス応答長

であり、右肩添字の  $T$  はベクトルおよび行列の転置を表すものとする。

(2) フィルタ  $\mathbf{f}$  の入力信号が  $x(n)$  であるとき、時刻  $n$  におけるタップ入力ベクトルを、

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, \dots, x(n-L_f+1)]^T \quad (2)$$

と表すものとする。

(3) 行列  $\mathbf{R}$  のサイズが  $M \times N$  であるとき、

$${}^{(M \times N)}\mathbf{R} \quad (3)$$

と表すものとする。

(4) 行列  ${}^{(M \times N)}\mathbf{R}$  の  $(i, j)$  要素を、

$${}^{(M \times N)}r(i, j) \quad (4)$$

と表すものとする。

(5) 相関関数  $\phi(n)$  の値を要素に持つ相関行列  ${}^{(M \times N)}\mathbf{R}$  がある。この  $(i, j)$  要素が  $\phi(D(j-i)+k)$  であるとき、この行列を、

$${}^{(M \times N)}_k\mathbf{R} \quad (5)$$

と表すものとする。つまり、上述 (4) の表現を用いると、

$${}^{(M \times N)}_k r(i, j) = \phi(D(j-i)+k) \quad (6)$$

と書ける。但し  $D$  は自然数、 $k$  は整数をとる。

以後の解析においてフィルタおよび未知システムは線形時不変であるものとし、適応システムの元入力信号  $x_{\text{src}}(n)$  は広義の定常性が仮定できるものとする。

### 2.2 サブバンド適応システムと適応サブシステム

図1に示した構成において、未知システムの入力信号  $x_{\text{src}}(n)$  および出力信号  $d_{\text{tot}}(n)$  は分析フィルタバンク (Analysis Filter Bank) において隣接し合った  $N$  個の信号帯域に分割され間引き処理を経てクロックレートの低い信号となる。その後それぞれの ADF に供給され、誤差信号  $e_v(m)$  を参照しながら ADF を駆動する。同時に、誤差信号は合成フィルタバンク (Synthesis Filter Bank) において元のクロックレートの帯域制限信号に変換された後、合成され  $e_{\text{tot}}(n)$  となる。

図1からわかるように、帯域分割数が  $N$  のサブバンド適応システムは  $N$  個の低次・低レートの適応問題で構成される。これらの中から第  $v$  帯域のものを取

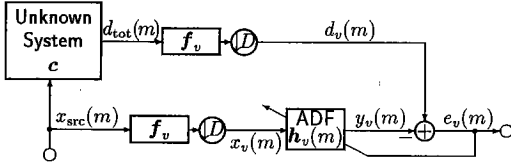


図2 適応サブシステム (第  $v$  帯域)  
Fig.2 An adaptive sub-system (for the  $v$ -th band).

り出すと図2のように描くことができる。これを適応サブシステムと呼ぶことにする。但し  $v$  は帯域の番号を表し、 $0, 1, 2, \dots, N-1$  の任意の整数値をとる。

サブバンド適応システムの適応動作は適応サブシステムを基本単位としてそれぞれ独立に行われる。従ってサブバンド適応システムの解析を考える場合、適応サブシステムの解析が重要となる。ここで、適応サブシステムには合成フィルタに相当する部分が含まれないことに注意する。これは当該部分が適応動作に何ら影響を与えないためである。 $N$  個の適応サブシステムは帯域通過フィルタ  $f_v$  の特性が異なるのみですべて同様の構成をもつ。

### 3. 等価モデル

本章では、適応サブシステムにおいて未知システムへの入力と ADF への入力が一様でないという制約を取り除いた等価モデルを導出する。ここで「等価モデル」とは、解析対象であるもとの適応システムと全く同じ適応特性をもつ、すなわち同じ入出力関係をもつ別構成の適応システムを意味する。

図2に示した第  $v$  帯域の適応サブシステムに対して、以下の手順に沿って適応動作が変化しない範囲で等価変形を行う。

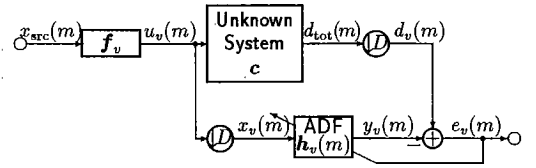
[帯域通過フィルタの移動]

図2において、未知システム側にある帯域通過フィルタ  $f_v$  を、未知システム  $c$  の前段に移動する。更に、ADF 側に置かれていた帯域通過フィルタも同じ特性をもつので、一つにまとめることができる。この状態を図3(a)に示す。ここで帯域通過フィルタ  $f_v$  の出力を  $u_v(n)$  で表すことにする。

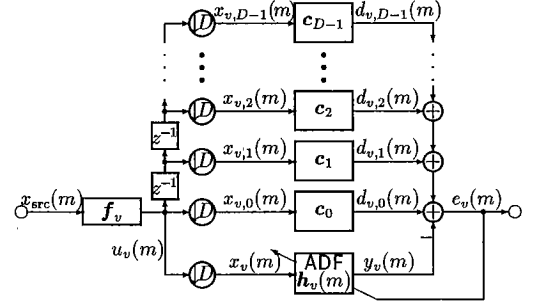
[未知システムのポリフェーズ分解]

次に未知システムをそのポリフェーズフィルタに分解する。未知システムのインパルス応答が、

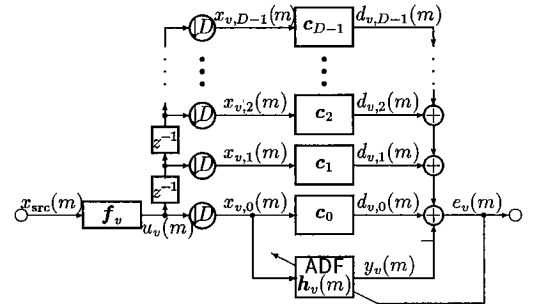
$$c = [c(0), c(1), c(2), \dots, c(L_c - 1)]^T \quad (7)$$



(a) Replacement of the band pass filters.



(b) Polyphase decomposition of the unknown system.



(c) The proposed equivalent model.

図3 等価モデルの導出 (第  $v$  帯域)  
Fig.3 Derivation of the proposed equivalent model.

で表されるのに対し、その第  $p$  ポリフェーズフィルタは、

$$c_p = [c_p(0), c_p(1), c_p(2), \dots, c_p(L_{c_p} - 1)]^T \quad (8)$$

$$= [c(p), c(D+p), c(2D+p), \dots, c((L_{c_p} - 1)D + p)]^T \quad (9)$$

と書くことができる。ここで  $L_c$  および  $L_{c_p}$  はそれぞれ未知システムと第  $p$  ポリフェーズフィルタのインパルス応答長を表す。また、 $D$  はダウンサンプル比である。この表現を用いることにより、図3(a)に示した適応システムは、図3(b)のように書き換えられる<sup>(13)</sup>。

[ADF 入力の書換え]

図3(b)において、未知システムの第零ポリフェーズフィルタ  $c_0$  の入力信号と ADF 入力が一致している。

すなわち、

$$\mathbf{x}_v(m) = \mathbf{x}_{v,0}(m) \quad (10)$$

である。このことから、ADF 入力を図 3(c) のように第零ポリフェーズフィルタの入力から引き出しても問題はない。これが提案する等価モデルである。

以上の手順により、適応サブシステムの等価モデルが図 3(c) に示すように得られた。導出した等価モデルより、適応サブシステムは次のような性質をもつことに注意する。

(1) ADF と同一の入力信号をもつのは未知システムの第零ポリフェーズフィルタ  $\mathbf{c}_0$  のみである。

(2) 適応サブシステムの参照信号  $d_v(m) = \sum_{p=0}^{D-1} d_{v,p}(m)$  には  $\mathbf{c}_0$  以外のポリフェーズフィルタからの出力  $\sum_{p=1}^{D-1} d_{v,p}(m)$  が含まれている。

#### 4. サブバンド適応システムの解析

本章では、ウィーナーフィルタ理論<sup>(12)</sup>に基づきサブバンド適応システムの理論解析を行う。はじめに、前章で導出した等価モデルを用いて適応サブシステムの解析を行う。更にサブバンド適応システム的全帯域にわたる解析を検討する。

##### 4.1 適応サブシステムの解析

###### 4.1.1 2乗平均誤差と誤差特性曲面

適応サブシステムの 2 乗平均誤差 (Mean Squared Error; MSE) は、

$$\varepsilon_v = E[e_v^2(m)] \quad (11)$$

で定義される。ここで  $E[\cdot]$  は期待値演算を表す。図 3(c) で示した等価モデルより、適応サブシステムの誤差信号  $e_v(m)$  は、

$$\begin{aligned} e_v(m) &= d_v(m) - y_v(m) \\ &= \sum_{p=0}^{D-1} d_{v,p}(m) - y_v(m) \end{aligned} \quad (12)$$

と表せる。式 (12) 右辺の  $d_{v,p}(m)$  および  $y_v(m)$  は、それぞれ  $\mathbf{c}_p$  および  $\mathbf{h}_v(m)$  とそれらのタップ入力ベクトルの内積で

$$d_{v,p}(m) = \mathbf{c}_p^T \mathbf{x}_{v,p}(m) \quad (13)$$

$$y_v(m) = \mathbf{h}_v^T(m) \mathbf{x}_{v,0}(m) \quad (14)$$

と書くことができるので、式 (12) は、

$$e_v(m) = \sum_{p=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \mathbf{x}_{v,p}(m) - \mathbf{h}_v^T(m) \mathbf{x}_{v,0}(m) \quad (15)$$

と書き換えられる。この式を、MSE の定義式 (11) に当てはめると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= E[e_v^2(m)] \\ &= E \left[ \left\{ \sum_{p=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \mathbf{x}_{v,p}(m) - \mathbf{h}_v^T(m) \mathbf{x}_{v,0}(m) \right\}^2 \right] \\ &= \sum_{p=0}^{D-1} \sum_{q=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T E \left[ \mathbf{x}_{v,p}(m) \mathbf{x}_{v,q}^T(m) \right] \mathbf{c}_q \\ &\quad - 2 \sum_{p=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T E \left[ \mathbf{x}_{v,p}(m) \mathbf{x}_{v,0}^T(m) \right] \mathbf{h}_v(m) \\ &\quad + \mathbf{h}_v^T(m) E \left[ \mathbf{x}_{v,0}(m) \mathbf{x}_{v,0}^T(m) \right] \mathbf{h}_v(m) \end{aligned} \quad (16)$$

と展開できる。ここで式中の  $E \left[ \mathbf{x}_{v,p}(m) \mathbf{x}_{v,q}^T(m) \right]$  は、等価モデルにおける  $u_v(n)$  の自己相関関数  $\phi_{u_v u_v}(k)$  の値を要素にもつ行列であり、

$$E \left[ \mathbf{x}_{v,p}(m) \mathbf{x}_{v,q}^T(m) \right] = \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} \mathbf{R} \quad (17)$$

と表される。この行列の  $(i, j)$  要素は、

$$\begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} r(i, j) = \phi_{u_v u_v}(D(j-i) + (q-p)) \quad (18)$$

である。

以上の表現により、適応サブシステムの MSE の理論式は、

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \sum_{p=0}^{D-1} \sum_{q=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ &\quad - 2 \sum_{p=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{h}_v(m) \\ &\quad + \mathbf{h}_v^T(m) \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{h}_v(m) \end{aligned} \quad (19)$$

と表現される。

式 (19) より、MSE  $\varepsilon_v$  は ADF のインパルス応答  $h_v(m)$  に関する 2 次関数であることがわかる。これより、 $\varepsilon_v$  が  $h_v(m)$  に依存する様子は、誤差特性曲面と呼ばれる単一極小点をもつ 2 次曲面としてイメージされる。この極小点において ADF は MSE を最小にする意味で最適である。この誤差特性曲面上の  $h_v(m)$  におけるこう配ベクトル  $\nabla \varepsilon_v$  は、

$$\begin{aligned} \nabla \varepsilon_v = & -2 \sum_{p=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \\ & + 2\mathbf{h}_v^T(m) \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

と表せる。この式において、

$$\nabla \varepsilon_v = \mathbf{0} \quad (21)$$

を満たす点が誤差特性曲面の極小点である。

#### 4.1.2 最適 ADF 係数

式 (20) に式 (21) の条件を適用し整理すると、最適 ADF 係数を与える理論式が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{v,\text{opt}} &= \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \sum_{p=0}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_p}) \\ p-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_p \end{aligned} \quad (22)$$

である。ここで、

$$\left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_p}) \\ p-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} = \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^T \quad (23)$$

であることに注意する。

式 (22) を未知システムの第零ポリフェーズフィルタ  $\mathbf{c}_0$  に関する部分とそれ以外の部分に分けて整理すると、最適 ADF 係数の性質がより明確となる。そこで式 (22) を  $p=0$  とそれ以外の部分とに分割すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{v,\text{opt}} &= \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \times \left\{ \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \right. \\ &+ \left. \sum_{p=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_p}) \\ p-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_p \right\} \\ &= \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ &+ \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \sum_{p=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_p}) \\ p-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_p \end{aligned} \quad (24)$$

となる。今、式 (24) 右辺第 1 項の行列部分を、

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \quad (25)$$

と置く。この  $\mathbf{A}$  は行列とその逆行列の関係から、 $L_h$  と  $L_{c_0}$  の大小関係に依存し、

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \left[ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \mathbf{I} & (L_h \times (L_{c_0} - L_h)) \mathbf{0} \\ & (L_h < L_{c_0} \text{ のとき}) \end{matrix} \right] \\ \left[ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \mathbf{I} \end{matrix} \right] & (L_h = L_{c_0} \text{ のとき}) \\ \left[ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \mathbf{I} \\ ((L_{c_0} - L_h) \times L_h) \mathbf{0} \end{matrix} \right] & (L_h > L_{c_0} \text{ のとき}) \end{cases} \quad (26)$$

と書ける。但し、 $\mathbf{I}$  および  $\mathbf{0}$  はそれぞれ単位行列および零行列であり、式 (26) では  $\mathbf{A}$  の部分行列を表す。

このことより、式 (22) は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{v,\text{opt}} &= \mathbf{c}'_0 \\ &+ \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \sum_{p=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_0}) \\ p-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_p \end{aligned} \quad (27)$$

但し、

$$\mathbf{c}'_0 = \begin{cases} [c_0(0), c_0(1), \dots, c_0(L_h - 1)]^T & (L_h < L_{c_0} \text{ のとき}) \\ \mathbf{c}_0 & (L_h = L_{c_0} \text{ のとき}) \\ [c_0(0), c_0(1), \dots, c_0(L_{c_0} - 1), \underbrace{0, \dots, 0}_{L_h - L_{c_0}}]^T & (L_h > L_{c_0} \text{ のとき}) \end{cases} \quad (28)$$

である。

最適 ADF 係数の理論式は式 (27) のように得られた。式 (27) の  $\mathbf{c}'_0$  は未知システムの第零ポリフェーズフィルタ  $\mathbf{c}_0$  のインパルス応答のみで構成され、式 (28) に示すように、ADF タップ数  $L_h$  と未知システムの第零ポリフェーズフィルタのインパルス応答長  $L_{c_0}$  の大小関係により変化する。これより、ADF タップ数が十分であれば最適 ADF 係数に  $\mathbf{c}_0$  のインパルス応答が完全に含まれることがわかる。このことは、3. で導出した等価モデルから明らかとなった適応サブシステムの性質 1 より予想される結果と一致する。

#### 4.1.3 最小 2 乗平均誤差 (LMSE)

式 (21) の条件を式 (19) に適用すると、最小 2 乗平均誤差 (Least Mean Squared Error; LMSE) を与え

る理論式が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{v,\min} = & \sum_{p=0}^{D-1} \sum_{q=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & - \sum_{p=0}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \\ & \cdot \sum_{q=0}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \end{aligned} \quad (29)$$

である。

最適 ADF 係数の場合と同様に、式 (29) を  $\mathbf{c}_0$  に関する部分とそれ以外に分けて整理すると LMSE の性質が更に明らかとなる。式 (29) において、積和の項を  $p=0$  または  $q=0$  となる部分とそれ以外に分けて表現すると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{v,\min} = & \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ & + \sum_{q=1}^{D-1} \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & + \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_0}) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ & + \sum_{p=1}^{D-1} \sum_{q=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & - \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \\ & \cdot \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ & - \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \\ & \cdot \sum_{q=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & - \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \\ & \cdot \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ & - \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \\ & \cdot \sum_{q=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \end{aligned} \quad (30)$$

となる。式 (30) の右辺第 5 項から第 7 項の逆行列に関する演算は、式 (25) および式 (26) で示した関係を用

いることができるので、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{v,\min} = & \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ & + \sum_{q=1}^{D-1} \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & + \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_0}) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_0 \\ & + \sum_{p=1}^{D-1} \sum_{q=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & - \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}'_0 \\ & - \mathbf{c}_0^T \sum_{q=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \\ & - \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}'_0 \\ & - \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \\ & \cdot \sum_{q=1}^{D-1} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \mathbf{c}_q \end{aligned} \quad (31)$$

と書き換えられる。但し式中の  $\mathbf{c}'_0$  は、式 (28) に示したとおりである。

故に LMSE の理論式は行列の転置の性質および共通因数に基づいて次のように整理される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{v,\min} = & \Delta + \sum_{p=1}^{D-1} \sum_{q=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left[ \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_q}) \\ q-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \right. \\ & \left. - \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_h) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\}^{-1} \right. \\ & \left. \cdot \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_q}) \\ q-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \right] \mathbf{c}_q \end{aligned} \quad (32)$$

但し、

$$\begin{aligned} \Delta = & \begin{cases} \left[ \begin{matrix} \mathbf{c}_0^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_0} \times L_{c_0}) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \\ + 2 \sum_{p=1}^{D-1} \mathbf{c}_p^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_p} \times L_{c_0}) \\ 0-p \end{matrix} \mathbf{R} \right\} \end{matrix} \right] \mathbf{c}_0'' \\ 0 \end{cases} \\ & \begin{matrix} (L_h < L_{c_0} \text{ のとき}) \\ (L_h \geq L_{c_0} \text{ のとき}) \end{matrix} \end{aligned} \quad (33)$$

であり、 $\mathbf{c}_0''$  は未知システムの第零ポリフェーズフィルタ  $\mathbf{c}_0$  のインパルス応答のみで構成される以下のよう

なベクトルである。

$$c_0'' = \underbrace{[0, \dots, 0]}_{L_h}, c_0(L_h), c_0(L_h + 1), \dots, c_0(L_{c_0} - 1)]^T \quad (34)$$

式中の  $\Delta$  は  $p = 0$  または  $q = 0$  の場合を表す部分であり、未知システムの第零ポリフェーズフィルタ  $c_0$  の出力による残留誤差に相当する。

適応サブシステムの最小 2 乗平均誤差の理論式は式 (32) のように示された。式 (32) および式 (33) から ADF タップ数が十分である場合、 $\Delta$  で表した部分は零となるが残りの部分は零でないある値をもって残留する可能性があることがわかる。

#### 4.2 サブバンド適応システム全体の解析

ここでは、図 1 に示したサブバンド適応システム全体にわたる解析を行う。解析対象のサブバンド適応システムでは、適応動作は各適応サブシステムにおいて実行されるので最適 ADF 係数に関する解析は前小節で完了している。従って、ここでの興味は各適応サブシステムにおける残留誤差  $e_v(m)$  とサブバンド適応システム全体での残留誤差  $e_{tot}(n)$  の関係についてである。

##### 4.2.1 サブバンド適応システムの残留誤差の性質

まず、サブバンド適応システム全体の残留誤差  $e_{tot}(n)$  の性質について検討する。 $e_{tot}(n)$  は各帯域の残留誤差  $e_v(m)$  に零挿入を施し、更にフィルタリングされたものを加算した結果である。ここで零挿入を含むシステムへ定常な信号を入力した場合、その出力は周期的定常性を示すことに注意する<sup>(11)</sup>。故に  $e_v(m)$  の定常性のもとで、 $e_{tot}(n)$  は周期  $D$  の周期的定常性を示す。そこで、合成フィルタバンクを図 4 のようにポリフェーズ分解した形に置き換えて考えることにする。これにより、 $e_{tot}(n)$  全体では定常性を仮定することはできないが、各タイミング  $p$  の信号、すなわち、

$$e_{tot,p}(m) = e_{tot}(Dm + p) \quad (p = 0, 1, 2, \dots, D - 1) \quad (35)$$

に対しては定常性を仮定することができる。従って、 $e_{tot,p}(m)$  に対しては定常性を仮定した統計表現を使うことができる。

##### 4.2.2 2 乗平均誤差

式 (35) の MSE を  $\varepsilon_{tot,p}$  とすると、定義より、

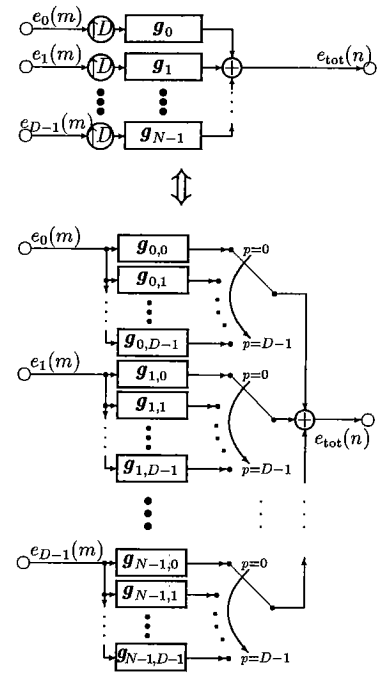


図 4 合成フィルタのポリフェーズ分解  
Fig. 4 Polyphase decomposition of the synthesis filters.

$$\varepsilon_{tot,p} = E[e_{tot}^2(Dm + p)] \quad (36)$$

と表現される。また図 4 より、

$$e_{tot,p}(m) = \sum_{v=0}^{D-1} g_{v,p}^T e_v(m) \quad (37)$$

と表現される。ここで、 $e_v(m)$  は合成フィルタのポリフェーズフィルタ  $g_{v,p}$  のタップ入力ベクトルである。式 (37) を式 (36) に代入すれば、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{tot,p} &= \sum_{v=0}^{D-1} g_{v,p}^T \{ (L_{g_{v,p}} \times L_{g_{v,p}}) R_{e_v e_v} \} g_{v,p} \\ &+ 2 \sum_{v=0}^{D-1} \sum_{w=v+1}^{D-1} g_{v,p}^T \{ (L_{g_{v,p}} \times L_{g_{w,p}}) R_{e_v e_w} \} g_{w,p} \end{aligned} \quad (38)$$

と表現される。

ここで  $R_{e_v e_w}$  は、

$$R_{e_v e_w} = E [e_v(m) e_w^T(m)] \quad (39)$$

で定義される相互相関行列であり ( $i_e, j_e$ ) 要素として、

$$\begin{aligned}
 & r_{e_v e_w}(i_e, j_e) \\
 &= E[e_v(m - i_e)e_w(m - j_e)] \\
 &= \sum_{q=0}^{D-1} \sum_{r=0}^{D-1} \mathbf{c}_q^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_q} \times L_{c_r}) \\ r-q \end{matrix} \mathbf{R}_{u_v u_w} \right\} \mathbf{c}_r \\
 &\quad - \sum_{q=0}^{D-1} \mathbf{c}_q^T \left\{ \begin{matrix} (L_{c_q} \times L_h) \\ 0-q \end{matrix} \mathbf{R}_{u_v u_w} \right\} \mathbf{h}_w \\
 &\quad - \sum_{r=0}^{D-1} \mathbf{h}_v^T \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_{c_r}) \\ r-0 \end{matrix} \mathbf{R}_{u_v u_w} \right\} \mathbf{c}_r \\
 &\quad + \mathbf{h}_v^T \left\{ \begin{matrix} (L_h \times L_h) \\ 0-0 \end{matrix} \mathbf{R}_{u_v u_w} \right\} \mathbf{h}_w \quad (40)
 \end{aligned}$$

をもつ。但し、 $\mathbf{R}_{u_v u_w}$  は第  $v$  および第  $w$  帯域の等価モデルにおける帯域通過フィルタ  $\mathbf{f}_v, \mathbf{f}_w$  の出力  $u_v(n)$  と  $u_w(n)$  の相互相関行列であり、その  $(i, j)$  要素は、

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} (L_{c_q} \times L_{c_r}) \\ r-q \end{matrix} r_{u_v u_w}(i, j) = \\
 & \phi_{u_v u_w}(D(j - i + j_e - i_e) + r - q) \quad (41)
 \end{aligned}$$

と表される。

サブバンド適応システム全体の出力  $e_{\text{tot},p}(m), p = 0, 1, 2, \dots, D-1$  の 2 乗平均誤差  $\varepsilon_{\text{tot},p}$  の理論式は式 (38) のように導かれた。各適応サブシステムの MSE は式 (38) において  $\mathbf{R}_{e_v e_w}$  に関する。従って、式 (38) は各適応サブシステムの出力誤差とサブバンド適応システムの最終誤差との関係を一般的に示している。この式から、全体での MSE  $\varepsilon_{\text{tot},p}$  は各適応サブシステムの MSE  $\varepsilon_v$  の単純和ではないこともわかる。

### 5. 数値例

最適 ADF 係数、各帯域における最小 2 乗平均誤差、サブバンド適応システムの 2 乗平均誤差に関する理論式が式 (27), (32) および (38) のように得られた。本章ではこれらの理論式より、サブバンド適応システムの各理論値を計算し、その有効性を示す。

ここで理論式に与えるべき変数について考える。式 (27), (32) および (38) の中には、等価モデルにおいて帯域通過フィルタの出力に相当する  $u_v(n)$  の相関関数  $\phi_{u_v u_w}(k)$  が現れる。これは、サブバンド適応システムの元入力信号の自己相関関数  $\phi_{x_{\text{src}} x_{\text{src}}}(k)$  と帯域通過フィルタのインパルス応答  $f_v(n)$  により、

$$\phi_{u_v u_w}(k) = f_v(k) * f_w(-k) * \phi_{x_{\text{src}} x_{\text{src}}}(k) \quad (42)$$

と関係づけられる。ここで  $*$  は畳込み演算を表す。従ってサブバンド適応システムの理論値の計算は、

表 1 数値例で用いたサブバンド適応システム

帯域分割数 $N$	4
間引き率 $D$	4
フィルタバンク	2 分割 QMF バンクの tree 構成
ADF タップ数 $L_h$	4

表 2 最適 ADF 係数

		$h_v(m) (\times 10^{-1})$	
$v$	$m$	理論値	実験値
0	0	0.32838	0.31894
	1	1.29611	1.27057
	2	1.09892	1.07726
1	0	-0.03080	-0.02595
	1	-0.05393	-0.05265
	2	-0.02149	-0.02464
2	0	0.00183	0.00028
	1	-0.09933	-0.09820
	2	0.12408	0.12126
3	0	0.01308	0.01612
	1	-0.20535	-0.19795
	2	0.04847	0.04923

表 3 適応サブシステムの最小 2 乗平均誤差

$v$	$\varepsilon_{v,\min}$ [dB]
0	-42.46
1	-42.50
2	-50.51
3	-47.83

表 4 サブバンド適応システム全帯域の 2 乗平均誤差

$p$	$\varepsilon_{\text{tot},p}$ [dB]
0	-51.00
1	-50.36
2	-50.77
3	-50.42

- 未知システムのインパルス応答  $\mathbf{c}$
  - フィルタバンクに用いるフィルタのインパルス応答  $\mathbf{f}_v$  および  $\mathbf{g}_v$  (但し,  $v = 0, 1, 2, \dots, N-1$ )
  - 元入力信号の自己相関関数  $\phi_{x_{\text{src}} x_{\text{src}}}(k)$
- の三つが決定されれば可能となる。

解析対象として表 1 のようなサブバンド適応システムを用意し、これまでに導出した三つの理論式を用いて具体的な数値を例示する。ここで未知システムとしてインパルス応答長  $L_c = 16$  の FIR フィルタを想定した。また入力  $x_{\text{src}}(n)$  には分散 1 のガウス性白色雑音が供給されるものとした。従って  $x_{\text{src}}(n)$  の自己相関関数は、

$$\phi_{x_{\text{src}} x_{\text{src}}}(k) = \begin{cases} 1 & (k = 0) \\ 0 & (k \neq 0) \end{cases} \quad (43)$$

となる。式 (27) および (32) から得られた  $h_{\text{opt}}(m)$  と  $\varepsilon_{v,\min}$  の各理論値を表 2 および表 3 に示す。また最終



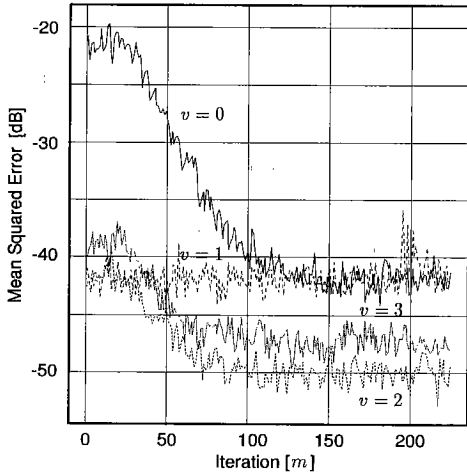


図5 適応サブシステムの学習曲線  
Fig.5 Learning curve of adaptive sub-systems.

誤差  $\varepsilon_{tot,p}$  の理論値を表4に示す。但し、表の値は各帯域の ADF がそれぞれの最適 ADF 係数をもつ場合の値に相当する。すなわち、式(40)の  $\mathbf{h}_v(m)$  に式(27)から得た最適 ADF 係数の理論値を代入したものである。

これに合わせて、計算機上で同条件のサブバンド適応システムの収束を実験した。但し実験とは、本論文で提案した理論式を用いず、直接シミュレーションを行うことを意味する。この実験では、係数更新アルゴリズムとして NLMS (Normalized Least Mean Square) アルゴリズム<sup>(12)</sup>を使用した。その係数更新は、

$$\mathbf{h}_v(m+1) = \mathbf{h}_v(m) + \frac{\alpha}{\beta + \mathbf{x}_v^T(m)\mathbf{x}_v(m)} e_v(m) \mathbf{x}_v(m) \quad (44)$$

で表され、二つのステップサイズパラメータは、

$$\begin{cases} \alpha = 0.1 \\ \beta = 0 \end{cases} \quad (45)$$

と選択した。また実験結果は50回の独立な試行を平均して得たものである。図5および図6に  $\varepsilon_v$  と  $\varepsilon_{tot,p}$  の収束特性を示す。各々の学習曲線の収束が横ばいとなるレベルが、理論式から得られる値に対応する。表2に示した最適 ADF 係数の実験値は、 $\varepsilon_v$  が収束し定常状態になった繰返し回数  $m = 125$  から  $m = 225$  の101サンプルのデータについて更に平均した結果である。

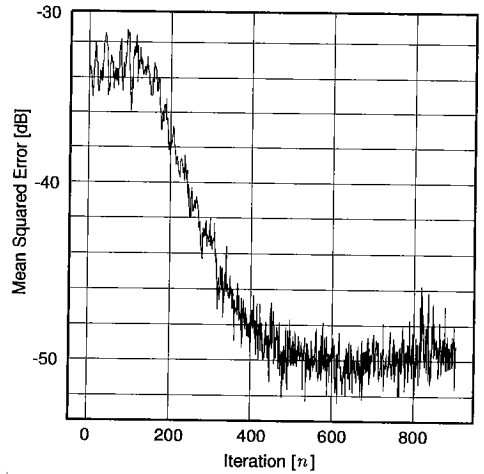


図6 サブバンド適応サブシステム全帯域の学習曲線  
Fig.6 Learning curve of the subband adaptive system.

本論中で導出された理論式から得た各数値は、いずれも実験結果とよく一致する。このことより、図1に示したサブバンド適応システムの最適 ADF 係数や2乗平均誤差は、適応動作を実験することなく、未知システムのインパルス応答、フィルタバンクに用いるフィルタのインパルス応答および適応システムの元入力信号の統計的性質の三つより得られることがわかる。

## 6. むすび

サブバンド適応システムはその有用性は広く知られているが、理論的解析に関する研究は不十分であった。そこで本論文では、解析の際に障害となっていた未知システムへの入力と適応フィルタへの入力一致していないという構成上の問題を解決した等価モデルを提案した。この等価モデルにより、与えられた未知システムとフィルタバンクのもとで、近似ではなく厳密な意味で正確な最適 ADF 係数および最小2乗平均誤差が導出可能となった。更に実験結果との比較によりその有効性を確認した。

今後は、本等価モデルに基づいて各帯域ごとの ADF の必要タップ数、最適なフィルタバンク特性について考察を進める予定である。

## 文 献

- (1) Itoh I.: "An acoustic echo canceller for teleconference", Proc. IEEE ICC'85, pp.1498-1502 (1985).
- (2) Gilloire A.: "Experiments with Sub-Band Acoustic Echo Cancellers for Teleconferencing", Proc. IEEE ICASSP'87, 4, pp.2141-2144 (Apr. 1987).

- (3) Yasukawa H., Shimada S. and Furukawa I.: "Acoustic Echo Canceller with High Speech Quality". Proc. IEEE ICASSP'87, 4, pp.2125-2128 (Apr. 1987).
- (4) Gilloire A. and Vetterli M.: "Adaptive Filtering in Sub-Bands", Proc. IEEE ICASSP'88, 3, pp.1572-1575 (Apr. 1988).
- (5) Kellermann W.: "Analysis and Design of Multirate Systems for Cancellation of Acoustical Echoes", Proc. IEEE ICASSP'88, 5, pp.2570-2573 (Apr. 1988).
- (6) Kiya H. and Yamaguchi S.: "FSF (Frequency Sampling Filter) Bank for Adaptive System Identification", Proc. IEEE ICASSP'92, 4, pp.261-264 (Mar. 1992).
- (7) Gilloire A. and Vetterli M.: "Adaptive Filtering in Sub-bands with Critical Sampling: Analysis, Experiments, and Application to Acoustic Echo Cancellation", IEEE Trans. Signal Process., 40, 8, pp.1862-1875 (Aug. 1992).
- (8) Yang Y.G., Cho N.I. and Lee S.U.: "On the Performance Analysis of the Subband Adaptive Digital Filter", Proc. IEEE ISCAS'93, 1, pp.64-67 (May 1993).
- (9) Petraglia M.R. and Mitra S.K.: "Performance Analysis of Adaptive Filter structures Based on Subband Decomposition", Proc. IEEE ISCAS'93, 1, pp.60-63 (May 1993).
- (10) Ono Y. and Kiya H.: "Performance Analysis of Sub-band Adaptive Systems Using an Equivalent Model", Proc. IEEE ICASSP'94, to be appeared (Apr. 1994).
- (11) Sathe V.P. and Vaidyanathan P.P.: "Effects of Multirate Systems on the Statistical Properties of Random Signals", IEEE Trans. Signal Process., 41, 1, pp.131-146 (Jan. 1993).
- (12) Haykin S.: "Introduction to Adaptive Filters", Macmillan Publishing (1984).
- (13) Crochiere R.E. and Rabiner L.R.: "Multirate Digital Signal Processing", Prentice-Hall Inc. (1983).

(平成6年3月28日受付, 8月22日再受付)



貴家 仁志

昭55長岡技科大・工・電気電子システム卒。昭57同大大学院修士課程了。同年東京都立大工学部電気工学科助手。現在、同大学電子情報工学科助教授。工博。マルチレート信号処理、適応信号処理および画像処理に関する研究に従事。著書「高速フーリエ変換とその応用」、「デジタル信号処理技術入門」、電子画像学会、テレビジョン学会、IEEE各会員。



小野 芳浩

平4都立大・工・電気卒。平6同大大学院修士課程了。同年日本電気(株)入社。在学中は適応信号処理に関する研究に従事。



西川 清史

平2都立大・工・電気卒。平4同大学大学院修士課程了。同年新日本製鉄(株)エレクトロニクス研究所勤務。平5東京都立大工学部電子情報工学科助手。現在に至る。適応信号処理および情報源符号化に関する研究に従事。IEEE会員。