

完全再構成 DFT フィルタバンクを用いたサブバンド適応フィルタ

渡口 和信[†] 小林 弘幸[†] 貴家 仁志[†]

Subband Adaptive Filters with Perfect Reconstruction DFT Filter Banks

Kazunobu TOGUCHI[†], Hiroyuki KOBAYASHI[†], and Hitoshi KIYA[†]

あらまし 本論文では、新しい DFT フィルタバンクの設計法を提案し、従来のサブバンド適応フィルタ (ADF) のもつ問題点を改善する。オーバーサンプリングな完全再構成条件を検討し、フィルタのタップ数を帯域分割数以下に制約することで、サブバンド ADF に適する特性と効果的な構成をもったフィルタバンクの設計が可能であることを示す。後半に、所望な特性をもつフィルタバンクの設計例、およびサブバンド ADF のシミュレーション結果を示した。本方法で設計されたフィルタバンクは、従来法と比較して、サブバンド ADF の平均 2 乗誤差特性を改善できることが示される。

キーワード 適応フィルタ、フィルタバンク、サブバンド適応フィルタ、DFT フィルタバンク

1. ま え が き

音響エコーキャンセラ等を FIR 形の適応デジタルフィルタ (ADF) を用いて構成する場合、同定する未知システムが高次になるため、高次の ADF が必要になる。ADF の次数増加は、係数更新に必要な演算量を増加させ、有限語長の影響や収束特性にも悪影響を与える。これらの問題を解決する一手段として、ADF にフィルタバンクを応用したサブバンド ADF が研究されている [1]~[5]。サブバンド ADF は、高次のフィルタの適応問題を、低レートで動作する複数個の低次のフィルタの適応問題に帰着させることができる。

サブバンド ADF に用いるフィルタバンクは、以下の条件を満たすことが必要である。

1. 完全再構成フィルタバンクである。
2. アナライザフィルタバンクは、阻止域以外の帯域においてダウンサンプルによるエリアジングが生じない特性をもつ [2]。
3. シンセサイザフィルタバンクは、アップサンプルによって発生するイメージング成分を除去する特性をもつ。
4. 低演算量で実現できる。

離散フーリエ変換 (DFT) フィルタバンクは、2. お

よび 4. の条件を比較的容易に満たすことができるため、サブバンド ADF に広く用いられている [3]~[5]。従って、本論文でも DFT フィルタバンクを考察の対象とする。しかし、DFT フィルタバンクは、サブバンド ADF の応用において、未解決として残されている問題をいくつかもっている。一つは、フィルタバンクの実現に FIR フィルタを用いた場合、一般に 1. の条件を満たすことができないこと、他の一つは、任意のレート変換比において、低レートでのフィルタ処理ができずフィルタバンクの処理に冗長性をもつことがあげられる [6], [7]。従来のサブバンド ADF の応用においては、疑似的に完全再構成を満たすフィルタバンクの使用や、高レートでのフィルタ処理をサブバンド ADF を使用する代償としてきている。

そこで、本論文では、フィルタのタップ数を帯域分割数以下に選ぶことにより上記二つの問題を解決する。更に、上述の条件の下で、3. の条件を満たす設計法を提案する。本論文の新規性は、以下の 2 点である。タップ数に制約を課すことにより 1.2.4. の条件を満たすことを示すこと、更に最大間引き完全再構成条件では不可能であった 3. の条件に対して [6]、オーバーサンプリングな完全再構成条件の考察を通して、3. の条件を満たすシンセサイザフィルタバンクの一設計法を与えることである。

[†] 東京都立大学工学部、東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Metropolitan University,
Tokyo, 158 Japan

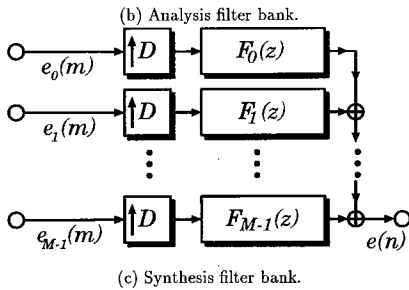
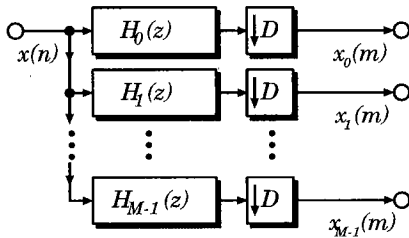
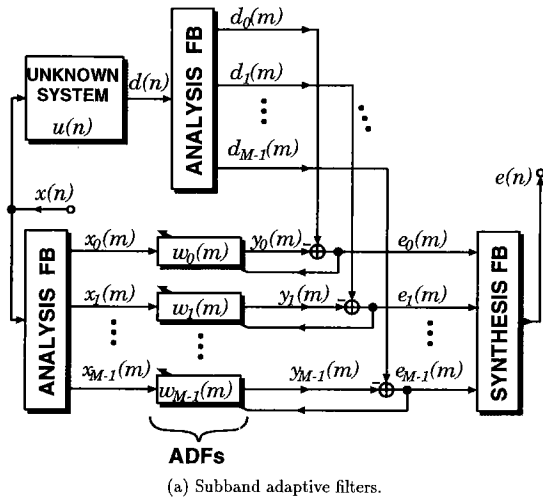


図1 レート変換比 D の M 分割サブバンド適応フィルタ
 Fig.1 M -channel subband adaptive filters with an integer factor D .

2. サブバンド適応フィルタとフィルタバンク

本章では、まず準備として、サブバンド ADF の動作原理を簡単に説明する。次に、フィルタバンクに必要な条件について述べ、従来法の問題点を指摘する。

2.1 サブバンド適応フィルタ

図 1(a) は、整数 M および D の下で、システム同定を例にした M 分割、レート変換比 D のサブバン

ド ADF の構成図である。図 1(b), (c) は、そのシステム構成に用いるアナライザフィルタバンクおよびシンセサイザフィルタバンクの構成図である。フィルタバンクは、レート変換比 D を帯域分割数 M と等しく選んだ場合 ($D = M$)、最大間引きフィルタバンクと呼ばれ、 D を M 未満に選んだ場合 ($D < M$)、オーバサンプリングフィルタバンクと呼ばれる。

図 1(a) の構成において、 $u(n)$ は未知システムのインパルス応答、 $x(n)$ はシステムの入力信号であり、 $d(n)$ は未知システムの出力信号で所望信号と呼ばれる。 $x(n)$ および $d(n)$ は、アナライザフィルタバンクによって M 個の帯域に分割され、ダウンサンプル処理の後クロックレートが $1/D$ になる。その k チャネルにおける分割信号を、それぞれ $x_k(m), d_k(m)$ と記述する。 k チャネルの適応フィルタ係数 $w_k(m)$ は、 $x_k(m)$ と $d_k(m)$ を参照する係数更新アルゴリズムの下で更新される。係数更新アルゴリズムとして学習同定法 [9] を用いた場合、 $w_k(m)$ は、平均 2 乗誤差 ϵ_i ,

$$\epsilon_i = E[e_k(m)e_k^*(m)] \quad (1)$$

を最小にするように更新される。但し、 $E[\cdot]$ は期待値演算、 $*$ は複素共役を意味し、 $e_k(m) = d_k(m) - y_k(m)$ は k チャネルの適応誤差信号である。最終的に、 $e_k(m)$ はシンセサイザフィルタバンクによって合成され、システム全体の適応誤差信号 $e(n)$ となる。

サブバンド ADF の誤差特性評価は、

$$\epsilon = 10 \log_{10} \frac{E[e(n)e^*(n)]}{E[d(n)d^*(n)]} \quad (2)$$

で定義される平均 2 乗誤差 ϵ を用いて行われる。この平均 2 乗誤差 ϵ は、入力信号 $x(n)$ の統計的性質、未知システム $u(n)$ の特性、フィルタバンクの特性の三つの特性および性質に依存することは既に報告されている [1]。これら三つの中で、入力信号と未知システムは応用ごとに与えられるものであり、設計段階において自由に選択できない。そこで、以下では、フィルタバンクを考察の対象とし、フィルタバンクを適切に設計することで、平均 2 乗誤差 ϵ の特性を改善させることを検討する。

2.2 フィルタバンクの設計条件

サブバンド ADF に用いるフィルタバンクには、以下の四つの条件を満たすことが必要である。

[条件 1] 完全再構成フィルタバンクである。

[条件 2] アナライザフィルタバンクの各チャネル

において、ダウンサンプル処理によって生じるエイリアシングを阻止域以外で回避できる特性をもつ。

[条件 3] シンセサイザフィルタバンクは、アップサンプル処理によるイメージング成分を十分除去できる特性をもつ。

[条件 4] 低演算量で実現できる。

まず、条件 1 は、音響エコーキャンセラ等への応用を考えた場合に、フィルタバンクによる送信信号の振幅ひずみや位相ひずみを防ぐために必要とされる。次に、条件 2 は、各チャンネルでエイリアシングが生じることで平均 2 乗誤差 ϵ_k が増大する問題を避けるために必要である [2]。また、条件 3 は、シンセサイザによる信号合成処理の後、イメージング成分の影響でシステム全体の平均 2 乗誤差 ϵ が増大するのを防ぐために必要であり、条件 4 は、フィルタバンクの構成に必要なハードウェア量の増大を防ぐために必要である。

以下では、上記四つの条件を考慮したフィルタバンクを設計することを目的とする。

2.3 DFT フィルタバンク

ここでは、DFT フィルタバンクの構成を簡単に説明する。

準備として、アナライザとシンセサイザフィルタバンクのプロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ を、

$$H_0(z) = \sum_{l=0}^{M-1} E_l(z^M) z^{-l} \quad (3)$$

$$F_0(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-(M-1-l)} R_l(z^M) \quad (4)$$

のように、分割数 M を基準にしたポリフェーズフィルタ $E_l(z)$, $R_l(z)$ で表現する [8]。

DFT フィルタバンクは、各チャンネルのアナライザフィルタ $H_k(z)$ およびシンセサイザフィルタ $F_k(z)$ を、

$$H_k(z) = H_0(zW_M^k) \quad (5)$$

$$F_k(z) = W_M^{-k} F_0(zW_M^k) \quad (6)$$

のように、プロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ の周波数変調によって与えられるフィルタバンクである。但し、回転子 W_M は、

$$W_M = \exp(-j2\pi/M) \quad (7)$$

である。これより、DFT フィルタバンクの設計は、二つのプロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ の設計に帰

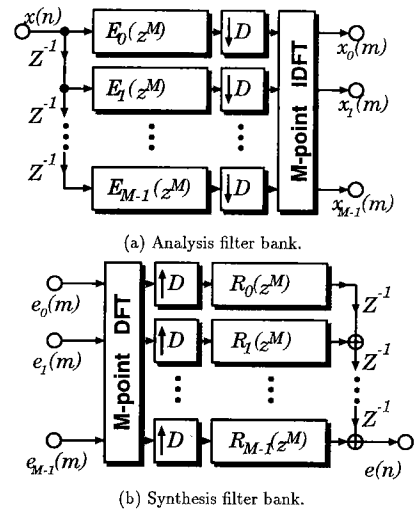


図 2 DFT フィルタバンク
Fig. 2 DFT filter bank.

着する。DFT フィルタバンクが条件 2 および条件 3 を満たすためには、ローパスの実フィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ が、理想的には、

$$|H(e^{j\omega})| = 0, |\omega| > \pi/D \quad (8)$$

$$|F(e^{j\omega})| = 0, |\omega| > \pi/D \quad (9)$$

であればよい。式 (8) は条件 2 のために、式 (9) は条件 3 のために必要である。両式は、十分な阻止域減衰量をもつフィルタの使用により、近似的に満足される。このような特徴は、DFT フィルタバンクを構成するフィルタが、 $H_0(z)$, $H_{M-1}(z)$, $F_0(z)$ および $F_{M-1}(z)$ の四つを除き、複素フィルタであることで初めて可能となることに注意して欲しい。

DFT フィルタバンクの構成は、プロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ のポリフェーズフィルタ $E_l(z^M)$, $R_l(z^M)$ と 1 組の IDFT, DFT を用いて図 2 のようになる [8]。図 1 (b), (c) の構成では $2M$ 個のフィルタの演算が必要であったのに対し、DFT フィルタバンクでは、それらを 2 個のプロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ と 1 組の DFT と IDFT 演算に帰着でき、低演算量で実現できる。更に、帯域分割数 M が 2 のべき乗であれば、DFT 演算の代わりに FFT 演算が使用できる。

2.4 従来法の問題点

従来法の DFT フィルタバンクのもつ問題点である演算の冗長性と、完全再構成フィルタバンクの設計の困難さについて説明する。

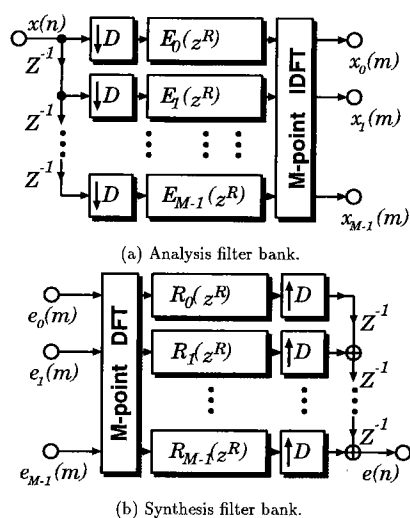


図3 DFT フィルタバンクの効率的構成 ($M = RD$)
 Fig.3 Efficient structures of DFT filter bank ($M = RD$).

図2に示したDFTフィルタバンクの構成では、ダウンサンプル処理によって捨てられる信号や、アップサンプル処理によって挿入された零値信号に対する冗長な演算を必要とする。これは、ポリフェーズフィルタ $E_l(z^M), R_l(z^M)$ が入力信号と同じ高レートで処理されていることに起因する。これらの冗長演算を排除するためには、 $E_l(z^M), R_l(z^M)$ のフィルタ処理を低レートで行わなければならない。そのためには、一般に、帯域分割数 M とレート変換比 D が整数 R を用いて $M = RD$ の関係でなければならない。これが成立するとき、DFTフィルタバンクは図3の構成をとれ、上記の冗長な演算が排除でき、実質的な演算量を $1/D$ に低減することができる。しかし、一般に $M = RD$ が成立しない任意のレート変換比 D に対しては、図3の構成をとることができないため、条件4に対して改善の余地が残されている。

次に、条件1を満たすフィルタバンクを設計することが困難であることを説明する。従来、条件1に関しては、最大間引き完全再構成条件についてのみ検討されてきた。この最大間引きDFTフィルタバンクの完全再構成条件は、ポリフェーズフィルタ $E_l(z), R_l(z)$ を用いて、次式で与えられる[8]。

$$E_l(z)R_l(z) = cz^{-t}, \quad l = 0, 1, \dots, M-1 \quad (10)$$

但し、 c は零でない実数、 t は遅延量を表す整数である。

式(10)の最大間引き完全再構成条件に基づきフィルタバンクの設計を行うことは、三つの問題を引き起こす。まず、第1は式(10)のFIRフィルタの解は一般に存在せず、条件を満たすためにはフィルタのタップ数に制約を必要とすることである。第2の問題点は、タップ数に制限を加えた場合でも、与えられた $H_0(z)$ に対して $F_0(z)$ が一意に決定されてしまい、式(10)(条件1)が満たされたとしても、条件3が満たせないことである。第3の問題点は、式(10)の完全再構成条件が満たされても、 $M = RD$ が成立しない任意のレート変換比 D の下では、完全再構成条件が保証されない点にある[7]。

本論文の目的は、冗長演算を排除し、任意のレート変換比 D の下で、条件1はもちろん条件2および3を同時に満たすフィルタバンクを設計することにある。

式(10)の最大間引き完全再構成条件には、いくつかの問題がある。一つは、FIRフィルタを用いてフィルタバンクを実現する場合、条件を満足する $E_l(z), R_l(z)$ の組が一般に存在しないことである。フィルタのタップ数に制約を課すことによって、式(10)の条件を緩和させることもできるが、その一方では、与えられた $H_0(z)$ に対して $F_0(z)$ を設計する自由度が全く存在しない問題や、任意のレート変換比 D の下では、完全再構成条件を保証できない問題が残ってしまう。

また、オーバーサンプリング完全再構成条件を検討したとしても、レート変換比 D が、一般に、帯域分割数 M の約数でなければ、フィルタバンクは冗長演算を排除できる図2の構成をとれない。

3. タップ数の制約とオーバーサンプリングフィルタバンク

まず、DFTフィルタバンクのプロトタイプフィルタのタップ数を制約することで、任意のレート変換比 D において、冗長な演算を排除できることを示す。次に、オーバーサンプリングな完全再構成条件を検討することで、条件2に加えて、条件1と条件3も同時に満足できることを示す。

3.1 演算の冗長性の排除

プロトタイプフィルタ $H_0(z), F_0(z)$ のタップ数 L_{h_0}, L_{f_0} を帯域分割数 M 以下に制約する。

$$L_{h_0}, L_{f_0} \leq M \quad (11)$$

このとき、ポリフェーズフィルタ $E_l(z), R_l(z)$ は単なる定数になり、 $M = RD$ が成立しない任意のレート

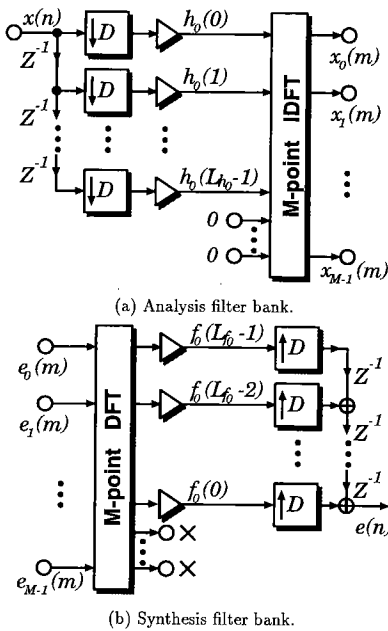


図4 任意のレート変換比における DFT フィルタバンクの効果的構成
 Fig. 4 Efficient structures of DFT filter bank with an arbitrary integer factor D .

変換比 D の下でも、DFT フィルタバンクは図 3 の構成をとることができ、レート変換処理に対して冗長な演算を排除できる。その結果、DFT フィルタバンクは $H_0(z)$, $F_0(z)$ のインパルス応答 $h_0(n)$, $f_0(n)$ を用いて図 4 のように表現できる。

3.2 完全再構成 DFT フィルタバンク

式 (11) の制約の下で、タップ数 L_{h_0} , L_{f_0} を、

$$L_{h_0} = L_{f_0} = M \tag{12}$$

のように帯域分割数 M と等しく選んだ場合、式 (10) の最大間引き完全再構成条件は、

$$h_0(l) f_0(M-1-l) = c \tag{13}$$

のように、インパルス応答 $h_0(n)$, $f_0(n)$, $n = 0, 1, \dots, M-1$ を用いて書き換えられる。式 (13) に基づけば、与えられたアナライザフィルタ $H_0(z)$ に対して、シンセサイザフィルタ $F_0(z)$ を

$$F_0(z) = \sum_{l=0}^{M-1} \frac{c}{h_0(M-1-l)} z^{-l} \tag{14}$$

と決定することで、最大間引き DFT フィルタバンク

の完全再構成条件が保証できる。ところが、式 (14) に基づくかぎり、 $F_0(z)$ は $H_0(z)$ によって一意に決定され、設計の自由度は全く存在しない。その結果、 $F_0(z)$ は、一般に条件 3 が満たせない。更に、 $M = RD$ が成立しない任意のレート変換比 D の下で式 (14) に基づくフィルタバンクは、完全再構成条件さえも保証されない [7]。

そこで、任意のレート変換 D の下で直接表現されたオーバーサンプリング DFT フィルタバンクの完全再構成条件を検討することにより、上述の問題を解決する。まず、プロトタイプフィルタのタップ数 L_{h_0} , L_{f_0} を等しく選び、これを L とする。タップ数 L を

$$D \leq L \leq M \tag{15}$$

で制約すれば、オーバーサンプリング完全再構成条件は、

$$\sum_{p=0}^{\lceil (L-1)/D \rceil - 1} h_0(Dp+l) f_0(L-(Dp+l)-1) = c \tag{16}$$

で与えられる [7]。但し、 $l = 0, 1, \dots, D-1$, $\lceil L \rceil$ は L 以上の最小の整数を表す。この条件は、 $M = RD$ が成立しない任意のレート変換比 D でも成立する。更に、式 (15) の制約により、任意のレート変換比 D の下でも、冗長な演算を排除できる図 4 の構成がとれる。

式 (13) と式 (16) の条件の違いに注意してほしい。式 (16) では、 $L = D$ の場合を除き総和が存在する。このことが、与えられたある $H_0(z)$ に対して、式 (16) を満たす複数の $F_0(z)$ の存在を可能にする。すなわち、この完全再構成条件の自由度を利用すれば、条件 2 を満たす $H_0(z)$ に対して、条件 1 を満足すると同時に、条件 3 を満たす $F_0(z)$ を設計することが可能となる。

4. 線形計画法を用いた設計

式 (16) に基づいた、オーバーサンプリング完全再構成 DFT フィルタバンクの一設計法を与える。提案する設計法は、アナライザフィルタ $H_0(z)$ をまず設計し、次に他の条件を満たすようにシンセサイザフィルタ $F_0(z)$ を設計するものである。以上の設計は、線形問題に帰着でき、線形計画法を用いて実行することができる。その結果、初期値の選択問題を解くことなく、必ず最適解を得ることができる。式 (16) に基づき設計する場合、非線形最適化を用いて行うことも可能である。但しその場合、より自由に目的関数などを選ぶことが可

能であるが、初期値問題や計算の複雑さを代償として実行される。

以下では、式 (16) の完全再構成条件を使用するため、プロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ のタップ数 L_{h_0} , L_{f_0} は等しく選び、これを L とする。また、タップ数 L は、

$$D < L \leq M \quad (17)$$

で制約される。従って、フィルタバンクは低レートで冗長演算が排除できる図 4 の構成をとれる。

4.1 線形計画法

まず、線形計画問題と線形計画法について簡単に説明する。ある線形な制約条件 $Ax = b$ を満たし、線形な目的関数 $J = c^T x$ を最小または最大にする変数ベクトル x を求める問題を、線形計画問題と呼ぶ。この問題を、次のように記述する。

$$\text{Minimize } J = c^T x \quad (18)$$

$$\text{Subject to } Ax = b \quad (19)$$

ここで、 T は、ベクトルまたは行列の転置を表す。この問題の解法を線形計画法と呼ぶ。もし制約条件の一部または全部が不等式で表されていても、スラック変数や剰余変数を用いれば、等式の制約条件に変換できる [10]。

提案法では、式 (16) のオーバーサンプリング DFT フィルタバンクの完全再構成条件を制約条件に選ぶ。また、 $F_0(z)$ の阻止域の DFT 係数を求め、その絶対値の最大値を目的関数 J に選ぶことによって、フィルタバンクの設計問題を、目的関数 J を最小にする線形計画問題に帰着させる。このように目的関数 J を選ぶことにより、 $F_0(z)$ は所望な低域通過特性が得られ、更に複雑な非線形計画問題を解く必要がなくなる。求まった最適解 x から、 $F_0(z)$ のインパルス応答 $f_0(n)$ が得られる。

4.2 制約条件と目的関数

ここでは、制約条件と目的関数の係数行列 A および係数ベクトル b , c を定式化する。

提案法では、プロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ を場合 2 の直線位相フィルタとする。従って、インパルス応答 $h_0(n)$, $f_0(n)$ は、

$$h_0(l) = h_0(L-1-l) \quad (20)$$

$$f_0(l) = f_0(L-1-l) \quad (21)$$

を満たさなければならない。但し、タップ数 L は偶数、 $l = 0, 1, \dots, L-1$ である。これより、 $F_0(z)$ の設計問題は、インパルス応答 $f_0(n)$ の半分を求める問題に帰着し、変数ベクトル x は、

$$x = [f_0(L/2) f_0(L/2+1) \dots f_0(L-1) \phi_{\max}]^T \quad (22)$$

と選べる。ここで x の最後の要素 ϕ_{\max} については、あとで説明する。

提案法では、式 (16) のオーバーサンプリング DFT フィルタバンクの完全再構成条件を制約条件とする。そこで、式 (16) を式 (20)~(22) を用いて、

$$A_{pr} x = b_{pr} \quad (23)$$

のように行列表現する。但し、 $D \times (L/2 + 1)$ 行列 A_{pr} , および D 次元ベクトル b_{pr} は、

$$\{A_{pr}\}_{p,q} = \begin{cases} h(L/2+q), & p = q - \lfloor q/D \rfloor D \\ & \text{and } p \neq L/2 + 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

$$b_{pr} = [c \ c \ \dots \ c]^T \quad (25)$$

であり、 c は零でない実数である。ここで、 $\{ \cdot \}_{p,q}$ は、行列の p 行 q 列の要素を意味する。

次に、目的関数を決める。その準備として、偶数 $N_D (\geq L)$ の下で、 $F_0(z)$ の N_D 点 DFT 係数の絶対値 $|F_0^{N_D}(p)|$ を次式のように定義する。式の変形に、式 (21) の関係を用いた。

$$\begin{aligned} |F_0^{N_D}(p)| &= \left| \sum_{q=0}^{L-1} f_0(q) W_{N_D}^{pq} \right| \\ &= \left| \sum_{q=L/2}^{L-1} f_0(q) t_{p,q} \right| \end{aligned} \quad (26)$$

但し、

$$W_{N_D} = \exp(-j2\pi/N_D) \quad (27)$$

$$t_{p,q} = 2 \cos((2q-L+1)\pi p/N_D) \quad (28)$$

$$p = 0, 1, \dots, N_D - 1 \quad (29)$$

である。ここで、 $|F_0^{N_D}(p)|$ は、 $F_0(z)$ の振幅特性 $|F_0(e^{jw})|$ を等間隔離散周波数点でサンプリングした値であり、次の関係が成り立つ。

$$|F_0^{ND}(p)| = |F_0(e^{j2\pi p/ND})| \quad (30)$$

提案法では、 $F_0(z)$ の阻止域の DFT 係数 $|F_0^{ND}(p)|$ の最大値を最小にすることで、 $F_0(z)$ を所望な低域通過特性に設計する。式 (9) より、 $F_0(e^{j\omega})$ の阻止域は、

$$\pi/D \leq \omega \leq \pi \quad (31)$$

の範囲とする。いま、集合 P を、

$$P = \{[N_D/2D], \dots, N_D/2 - 1\} \quad (32)$$

と定義すれば、離散周波数点 $2\pi p/N_D$ は、 $p \in P$ の下で、式 (31) で定義される阻止域を完全に含むことができる。但し、 $F_0(z)$ が場合 2 の直線位相フィルタであるため、 $\omega = \pi$ において振幅特性 $F_0(e^{j\omega})$ が零となることから、 $N_D/2$ は集合 P に含めない。ここで、 $[N]$ は N 以下の最大の整数を表す。この集合 P の要素数 N_{st} は、

$$N_{st} = N_D/2 - [N_D/2D] \quad (33)$$

であり、 $F_0(z)$ の阻止域に制約を課す離散周波数点の数に等しい。次に、阻止域における DFT 係数 $|F_0^{ND}(p)|$ の最大値を ϕ_{\max} と定義すれば、 $p \in P$ の下で、

$$|F_0^{ND}(p)| \leq \phi_{\max} \quad (34)$$

が成り立つ必要がある。従って、式 (34) も制約条件に加える。そこで、式 (22) に示した \mathbf{x} の最後の要素が ϕ_{\max} であることに注意しながら、式 (34) を次のように行列表現する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{st} \\ -\mathbf{A}_{st} \end{bmatrix} \mathbf{x} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{st} \\ \mathbf{b}_{st} \end{bmatrix} \quad (35)$$

但し、 $N_{st} \times (L/2 + 1)$ 行列 \mathbf{A}_{st} および N_{st} 次元ベクトル \mathbf{b}_{st} は、それぞれ、

$$\{\mathbf{A}_{st}\}_{p,q} = \begin{cases} t_{p+N_D/2-N_{st}, p+L/2}, & q \neq L/2 \\ -1, & q = L/2 \end{cases} \quad (36)$$

$$\mathbf{b}_{st} = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (37)$$

である。式 (35) では、 ϕ_{\max} が左辺に移項されている。更に、 ϕ_{\max} を最小にする最適化を行うために、目的関数を、

$$J = \phi_{\max} \quad (38)$$

と選ぶ。

最後に、式 (23)、(35) の両制約条件を一つにまとめれば、式 (19) の係数行列 \mathbf{A} および係数ベクトル \mathbf{b} は、

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_{pr}^T \mid \mathbf{A}_{st}^T \mid -\mathbf{A}_{st}^T]^T \quad (39)$$

$$\mathbf{b} = [\mathbf{b}_{pr}^T \mid \mathbf{b}_{st}^T \mid \mathbf{b}_{st}^T]^T \quad (40)$$

と決まり、式 (18) の目的関数の $L/2 + 1$ 次元係数ベクトル \mathbf{c} も、変数ベクトル \mathbf{x} の最後の要素 ϕ_{\max} を考慮して、

$$\mathbf{c} = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \quad (41)$$

となる。式 (35) は不等式の制約条件であるが、変数ベクトル \mathbf{x} にスラック変数を導入し等式の制約条件にできる [10]。

4.3 設計手順

ここでは、提案するオーバサンプリング DFT フィルタバンクの設計手順を示す。

[手順 1] まず、帯域分割数 M 、間引き率 D を決める。但し、 $1 \leq D < M$ とする。

[手順 2] プロトタイプフィルタのタップ数 L を決める。但し、 $D < L \leq M$ とする。

[手順 3] 条件 2 を満足するように、 $H_0(z)$ を阻止域端角周波数が π/D の低域フィルタに設計する。

[手順 4] DFT 点数 N_D をタップ数 L 以上の偶数に選ぶ。

[手順 5] 式 (39)~(41) より $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を決める。

[手順 6] 式 (18)、(19) の線形計画問題を解き、最適解 \mathbf{x} を求める。

[手順 7] 手順 6 で求めた最適解 \mathbf{x} から、式 (21)、(22) を用いて $F_0(z)$ のインパルス応答 $f_0(n)$ を作る。

5. シミュレーション結果

ここでは、提案する設計法で得られたオーバサンプリング DFT フィルタバンクの有効性を示すために、式 (13) の最大間引き完全再構成条件に基づく従来法と、式 (16) のオーバサンプリング完全再構成条件に基づく提案法で設計したフィルタバンクを用いたサブバンド ADF のシミュレーションを行う。但し、両者の比較を行うために、プロトタイプフィルタのタップ数 L は、帯域分割数 M に等しく選ぶ。評価基準には、式 (2) で定義した平均 2 乗誤差 ϵ を用いる。

まず、オーバサンプリング完全再構成 DFT フィルタバンクを設計する。設計条件を表 1 に示す。レート変換比 D が帯域分割数 M に対して $M = RD$ の関係が成立する設計条件 1 と、成立しない設計条件 2 を使用する。従って、従来法では、設計条件 2 を満たす

表 1 DFT フィルタバンク設計条件
Table 1 Design conditions of DFT filter banks.

	設計条件 1	設計条件 2
帯域分割数 M	32	32
レート変換比 D	8	7
フィルタタップ数 L	32	32

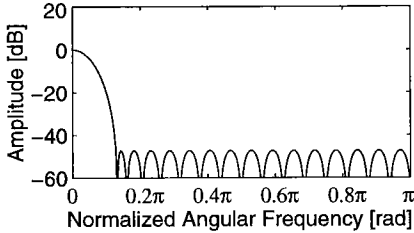


図 5 $H_0(z)$ の振幅特性 (設計条件 1)
Fig. 5 Magnitude response of $H_0(z)$ (Design condition 1).

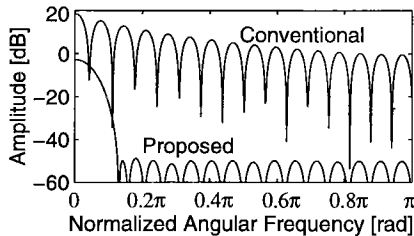


図 6 $F_0(z)$ の振幅特性 (設計条件 1)
Fig. 6 Magnitude response of $F_0(z)$ (Design condition 1).

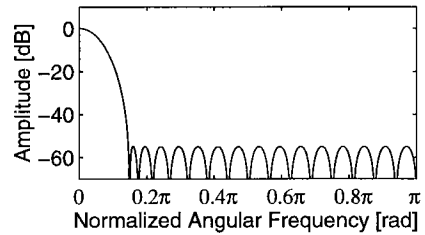


図 7 $H_0(z)$ の振幅特性 (設計条件 2)
Fig. 7 Magnitude response of $H_0(z)$ (Design condition 2).

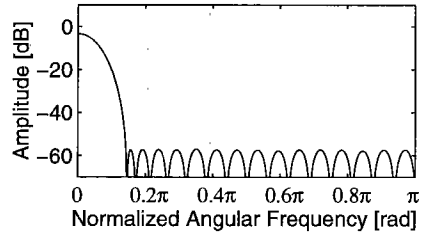


図 8 $F_0(z)$ の振幅特性 (設計条件 2)
Fig. 8 Magnitude response of $F_0(z)$ (Design condition 2).

完全再構成フィルタバンクの設計はできないことに注意して欲しい。

[設計例 1] 設計条件 1 を満たす DFT フィルタバンクを従来法と提案法を用いて設計する。まず、FIR 設計アルゴリズム Remez [11] を用いて、条件 2 を満たすように、阻止域端角周波数が π/D の低域フィルタ $H_0(z)$ を設計した。設計結果を図 5 に示す。続いて、この $H_0(z)$ に対して、完全再構成を保証する $F_0(z)$ を従来法と提案法で設計した。得られた結果を図 6 に示す。但し、提案法では、DFT 点数を $N_D = 128$ とし、線形計画法にはシンプレックス法 [10] を使用した。提案法で得られた $F_0(z)$ は、オーバーサンプリング DFT フィルタバンクの完全再構成条件の自由度を用いており、条件 3 を満足する。一方、従来法で設計した $F_0(z)$ は、阻止域をもたず、所望な特性にはならない。
[設計例 2] 同様に、表 1 の設計条件 2 を満たす DFT フィルタバンクを提案法で設計する。但し、DFT 点数は $N_D = 128$ とした。設計結果を図 7 と図 8 に示

す。図 8 より、 $M = RD$ が成立しなくても、 $F_0(z)$ は条件 3 を満足する所望な低域通過特性が得られることが確認できる。

続いて、設計例 1 ($D = 8$) および設計例 2 ($D = 7$) の各フィルタバンクを用いて、サブバンド ADF のシミュレーションを行う。シミュレーション条件は、未知システムを 32 タップの FIR フィルタ、入力信号は分散が 1 平均が 0 のガウス性白色信号、適応アルゴリズムは複素学習同定法 [9] を使用した。各 ADF タップ数を、設計例 1 の場合は 4、設計例 2 の場合は 5 とした。50 回の試行後、平均をとった結果を図 9 に示す。また、 $D = 8$ の場合には、従来法で設計したフィルタバンクを用いたシミュレーション結果も付記した。このとき、提案法と従来法で用いたアナライザフィルタバンクは同一であるにもかかわらず、提案する設計法で得られたシンセサイザフィルタバンクを用いた方が、平均 2 乗誤差 ϵ を改善できることが確認できる。また、従来法では完全再構成フィルタバンクとして設計できない $M \neq RD$ となる間引き率 $D = 7$ の下でも、平均 2 乗誤差 ϵ が十分低減されていることが確認できる。このとき、設計例 1 に比べ平均 2 乗誤差が減少しているが、これは設計例 2 の方が間引き率が低いいため、適応処理の際に弊害となるエイリアジングがより低く抑えられていることによると考えられる。

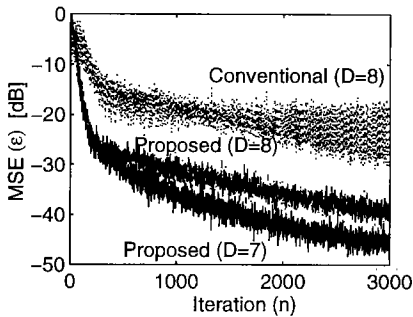


図9 サブバンド適応フィルタ平均2乗誤差特性
Fig.9 Mean square error performance of subband adaptive filters.

サブバンド ADF に必要な演算量は、未知システムの次数に大きく依存する。本シミュレーション条件では、フィルタバンクを用いない直接形構成と比較して、必要な演算量が必ずしも低減されていないが、エコーキャンセラ等の未知システムが高次となる応用例では [4]、サブバンド ADF の方が低演算量で実現できることに注意して欲しい。

6. むすび

サブバンド ADF に使用するフィルタバンクには、2.2 で述べた四つの条件を満たすことが必要である。しかし、従来の最大間引きフィルタバンクは、完全再構成条件に自由度がなく、これらの条件のすべてを同時に満たすことは困難であった。本論文では、プロトタイプフィルタ $H_0(z)$, $F_0(z)$ のタップ数 L_{h_0} , L_{f_0} を帯域分割数 M 以下に制約し、オーバサンプリングな完全再構成条件を考察することで、任意のレート変換比 D の下で、これらの条件を満足する DFT フィルタバンクの設計法を提案した。提案法で得られたフィルタバンクを用いた場合、従来法と比較して、サブバンド ADF の平均 2 乗誤差特性を改善できることを示した。

今後は、タップ数の制約を緩和し、帯域分割数 M より多く選んだときの完全再構成フィルタバンクの設計法を検討する予定である。

文 献

[1] 小野芳浩, 西川清史, 貴家仁志, “サブバンド適応システムの等価モデルとその理論解析,” 信学論 (A), vol.J78-A, no.1, pp.30-39, Jan. 1995.
[2] H. Yasukawa, “Performance Degradation of a Subband Adaptive Digital Filter with Critical Sampling,” IEICE Trans., vol.E77-A, no.9, pp.1497-1501, Sept. 1994.
[3] 貴家仁志, 山崎広達, 芦原浩司, “有理数間引きをもつオー

バサンプリングサブバンド適応フィルタ,” 信学論 (A), vol.J77-A, no.8, pp.1129-1136, Aug. 1994.

[4] H. Perez and F. Amano, “Acoustic Echo Cancellation Using Multirate Techniques,” IEICE Trans., vol.E74, no.11, pp.3559-3568, Nov. 1991.
[5] 渡口和信, 小林弘幸, 貴家仁志, “オーバサンプリング完全再構成 DFT フィルタバンクを用いたサブバンド適応フィルタ,” 信学技報, DSP 95-79, July 1995.
[6] 小林弘幸, 貴家仁志, “非最大間引きフィルタバンクの完全再構成条件,” 信学技報, DSP 95-16, May 1995.
[7] 小林弘幸, 貴家仁志, “非最大間引き DFT フィルタバンクに基づく低レートフィルタの実現,” 信学技報, DSP 95-14, June 1995.
[8] P.P. Vaidyanathan, Multirate systems and filter banks, pp.238-247, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
[9] Simon Haykin, Adaptive Filter Theory, pp.299-356, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
[10] Jasbir S. Arora, Optimum Design, pp.184-214, Mc Graw Hill, Singapore, 1989.
[11] L.R. Rabiner, J.H. McClellan, and T.W. Parks, “FIR Digital Filter Design Techniques Using Weighted Chebyshev Approximations,” Proc. IEEE, vol.63, pp.595-610, April 1975.

(平成 7 年 9 月 1 日受付, 8 年 3 月 7 日再受付)



渡口 和信 (正員)

平 6 琉球大・工・電子・情報卒。平 8 都立大大学院修士課程了。同年ソニー入社。在学中は適応信号処理に関する研究に従事。



小林 弘幸 (正員)

平 4 都立大・工・電気卒。平 6 同大大学院修士課程了。現在、同大大学院博士課程在学中。マルチレート信号処理に関する研究に従事。



貴家 仁志 (正員)

昭 55 長岡技科大・工・電気電子システム卒。昭 57 同大大学院修士課程了。同年都立大・工・電気助手。現在、同大電子・情報工学科助教授。平 7 年 10 月～平成 8 年 3 月シドニー大 (オーストラリア) 客員研究員。工博。マルチレート信号処理、適応信号処理および画像処理に関する研究に従事。著書「高速フーリエ変換とその応用」, 「デジタル信号処理技術入門」, 「マルチレート信号処理」。電子画像学会, テレビジョン学会, IEEE 各会員。