

DCT 領域での画像解像度変換法の等価表現とその一般化処理

鄒 曉霞<sup>†</sup> 貴家 仁志<sup>†</sup>

Equivalent Representations and Generalizations of the Image Resolution Conversions in DCT-Domain

Xiaoxia ZOU<sup>†</sup> and Hitoshi KIYA<sup>†</sup>

あらまし 画像の解像度変換法はデジタル画像を異なる画素数の画像に変換する方法である。本論文では、画像の縮小処理に対して提案されている二つの DCT 領域での解像度変換法について考察する。これらの方法による縮小画像は画質が異なり、特にその一つは、優れた実現上の利点をもつが、画質が良くないことが知られている。しかし、この画質の違いが生じる原因はまだ明らかにされていない。そこで、本論文は、まず、これらの変換法の時間領域の等価表現を導く。次に、この等価表現に基づき、二つの従来法の画質が異なる原因を理論的に説明する。更に、従来法を拡張し、DCT 領域での一般化解像度変換法を提案する。その結果、従来法の画質を改善することが可能となる。

キーワード 画像解像度変換、対称畳込み、離散コサイン変換

1. まえがき

デジタル画像の情報圧縮に関する研究が盛んに研究されている。離散コサイン変換 (DCT: Discrete Cosine Transform) [1] 符号化はそのような情報圧縮法の中で最も代表的な方法であり、静止画像と動画像圧縮の国際標準規格 JPEG と MPEG に採用されている [2]。

一方、画像の解像度 (画素数) は、受像機の表示機能や、各種のアプリケーションなどに応じて、多くの種類がある。これに伴い、解像度変換法が多くの研究者により報告されている。その中で、DCT により符号化された情報から、IDCT (逆 DCT) を行う前に、DCT 領域で直接画像解像度を変換する方法は、IDCT された大量のデータに対して、複雑な処理を施す必要がないため注目されている [3]~[12]。

本論文は、画像の縮小処理に対して提案されている二つの解像度変換法 [3], [4] について考える。[3] の方法では、DCT により符号化された画像データに対して、DCT のサイズより小さいサイズの逆 DCT (IDCT) を使うことより画像を縮小する。一方、[4] の方法は、符

号化されたデータ (DCT 係数) の高域部分を零値とおき、同じサイズの IDCT を施し、その結果に対して、間引き処理を行うことによって画像を縮小する。後者の方法は、DCT と同じサイズの IDCT で解像度変換を行うことができる。この特長により、解像度変換を行わない場合と同じサイズの IDCT を使用できるので、ハードウェア実現の容易さ、また同じサイズの IDCT で種々の解像度変換を可能とする利点がある。しかし、前者の方法に比べ、画質が悪いことが知られている。しかしながら、画質の違いが生じる理由は、明らかにされていない。

そこで、本論文は、対称畳込み理論に基づいて、その二つの変換法を考察する。対称畳込みは、周期対称的に拡張した二つの数列の畳込みであり、画像のサブバンド符号化において研究された [13]~[16]。その後、DCT や離散サイン変換 (DST: Discrete Sine Transform) 領域での畳込みの実現法として研究されている [17]。

本論文は、この対称畳込みと DCT との関係を利用して、[3] と [4] の変換法を検討し、時間領域の等価表現を導く。次に、この等価表現に基づき考察し、従来法のもつ特徴と画質の違いが生じる原因を理論的に説明する。最後に従来法を拡張し、DCT 領域での一般化解像度変換法を提案する。

<sup>†</sup> 東京都立大学大学院工学研究科, 八王子市  
Graduate School of Engineering, Tokyo Metropolitan University,  
Hachioji-shi, 192-03 Japan

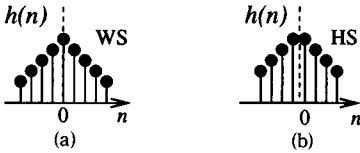


図1 場合1と2の直線位相 FIR フィルタの対称性 (a) 場合1, (b) 場合2  
Fig.1 The Symmetries of case 1 and 2 linear phase FIR filters. (a) Case 1; (b) Case 2.

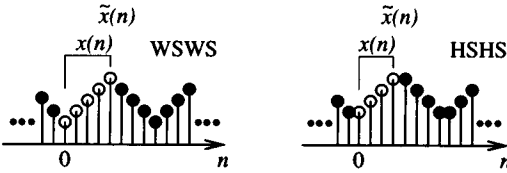


図2 周期対称数列の例。代表サンプル  $x(n)$  は中抜きの丸で表示  
Fig.2 Examples of symmetric-periodic sequences. The representative samples  $x(n)$  are marked by open circles.

## 2. 準備

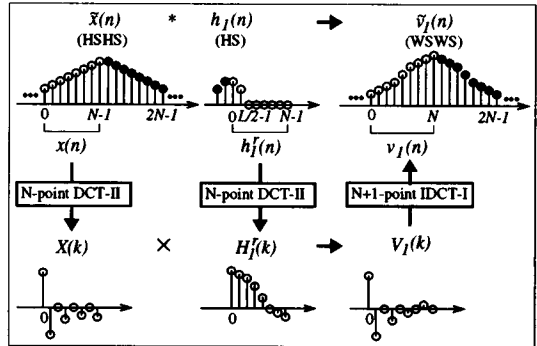
本章では、まず最初に対称畳込みと DCT との関係について述べる。次に DCT に基づく画像縮小法を紹介する。

### 2.1 対称畳込みと DCT の関係 [17]

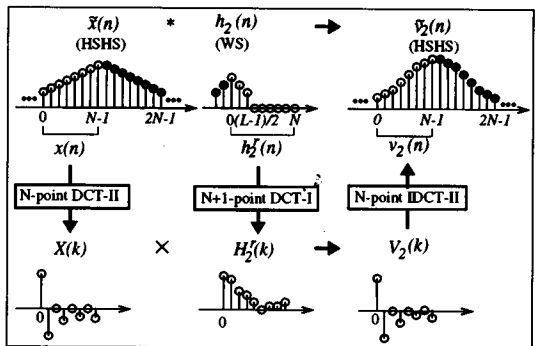
対称畳込みは、有限長の信号  $x(n)$  を対称かつ周期的に拡張し、周期対称数列 (SPS: Symmetric Periodic Sequence) とした後、それと直線位相フィルタ  $h(n)$  との畳込みに基づき定義される [17]。本論文では、直線位相フィルタとして、図 1 に示すような場合 1 (WS: Whole-sampled Symmetry) と場合 2 (HS: Half-sampled Symmetry) の対称性をもつものを考える。また、SPS として、図 2 に示すような対称性 WSWS (Whole-sampled Symmetry Whole-sampled Symmetry) と HSHS (Half-sampled Symmetry Half-sample Symmetry) の数列を扱う。

今、直線位相 FIR フィルタを考え、そのインパルス応答を  $h(n)$  とする。このとき、 $x(n)$  と  $h(n)$  の対称畳込みは、以下の手順で実行される。

- ①  $x(n)$  を周期対称数列  $\tilde{x}(n)$  に拡張する。このとき、 $x(n)$  は  $\tilde{x}(n)$  の独立な値であり、 $\tilde{x}(n)$  の代表サンプル (Representative Samples) と呼ばれる。
- ②  $\tilde{x}(n)$  と  $h(n)$  の畳込み  $\tilde{x}(n) * h(n) = \tilde{v}(n)$  を行う。 $\tilde{v}(n)$  も周期対称数列となる。



(a)



(b)

図3 DCT による対称畳込みの実現例  
Fig.3 Examples for DCT-based implementation of symmetric convolution.

③  $\tilde{v}(n)$  から代表サンプル  $v(n)$  を取り出す。

以上の操作を  $x(n)$  と  $h(n)$  の対称畳込みと言う。Martucci らは、このような対称畳込みを DCT 領域における積演算により実現できることを示している [17]。今、HS と WS の対称性を持ち、因果性を満たさないフィルタをそれぞれ  $h_1(n)$ ,  $h_2(n)$  として、インパルス応答の長さを  $L$  とする。これらのフィルタと  $x(n)$  ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ ) の対称畳込みを DCT 領域で実現する方法を図 3 で例示している。但し、図 3 では、 $x(n)$  の拡張を HSHS と仮定している。‘\*’ は畳込みを表し、‘×’ は二つの数列の乗算を表している。また、図中の各値は、

$$X(k) = C_{II}^N \{x(n)\} \tag{1}$$

$$H_1^r(k) = C_{II}^N \{h_1^r(n)\} \tag{2}$$

$$V_1(k) = C_I^{N+1} \{v_1(n)\} \tag{3}$$

$$H_2^r(k) = C_I^{N+1} \{h_2^r(n)\} \tag{4}$$

表1 DCT-I, DCT-II とそれらの逆変換 IDCT-I, IDCT-II  
Table 1 DCT-I, DCT-II and their inverse transforms IDCT-I, IDCT-II.

DCT-I	$X(k) = \sum_{n=0}^N 2C(n)x(n) \cos \left[ \frac{kn\pi}{N} \right]$ $k = 0, 1, \dots, N$
DCT-II	$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} 2x(n) \cos \left[ \frac{k(n+1/2)\pi}{N} \right]$ $k = 0, 1, \dots, N-1$
IDCT-I	$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N C(k)X(k) \cos \left[ \frac{kn\pi}{N} \right]$ $n = 0, 1, \dots, N$
IDCT-II	$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} C(k)X(k) \cos \left[ \frac{k(n+1/2)\pi}{N} \right]$ $n = 0, 1, \dots, N-1$
補足	$C(p) = \begin{cases} 1/2, & p = 0, N \\ 1, & p = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$

$$V_2(k) = C_{II}^N \{v_2(n)\} \tag{5}$$

と定義される。但し、 $C_i^j$  は Type-i サイズ j の DCT を表す (表1に参照)。ここで、 $\tilde{v}_1(n)$  の代表数列  $v_1(n)$  の長さは、 $x(n)$  に比べ長くなり、 $N+1$  となることを注意する。 $h_1^r(n)$  と  $h_2^r(n)$  は以下のように定義される。

$$h_1^r(n) = \begin{cases} h_1(n), & n = 0, 1, \dots, L/2 - 1 \\ 0, & n = L/2, \dots, N - 1 \end{cases} \tag{6}$$

$$h_2^r(n) = \begin{cases} h_2(n), & n = 0, 1, \dots, (L-1)/2 \\ 0, & n = (L+1)/2, \dots, N \end{cases} \tag{7}$$

図3(a)の実現方法を式で表すと、次のようになる。

$$V_1(k) = \begin{cases} X(k)H_1^r(k), & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & k = N \end{cases} \tag{8}$$

$$v_1(n) = IC_I^{N+1} \{V_1(k)\} \tag{9}$$

但し、 $IC_i^j$  は、Type-i サイズ j の IDCT を表す (表1に参照)。同様に、同図(b)の実現方法も以下のような式で表せる。

$$V_2(k) = X(k)H_2^r(k), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \tag{10}$$

$$v_2(n) = IC_{II}^N \{V_2(k)\} \tag{11}$$

表1では、DCT-I, DCT-II とそれらの逆変換 IDCT-I, IDCT-II をまとめている。

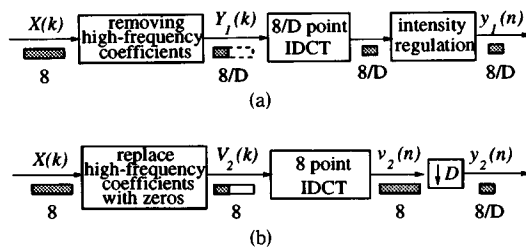


図4 DCT に基づく画像の縮小処理 (a) 従来法1 [3], (b) 従来法2 [4]

Fig.4 The two conventional methods for image minification based on DCT. (a) Conventional Method 1 [3], (b) Conventional Method 2 [4].

### 2.2 DCT に基づく画像縮小処理 [3]~[4]

JPEG/MPEG における DCT 符号化方式では、送信側で入力画像を  $8 \times 8$  のブロックに分割し、各ブロックに対して2次元 DCT-II を実行し、その値を量子化する。このような符号化方式と融合する受信側の二つの画像縮小法 [3], [4] の手順を図4に示す。但し、画像の各ブロックに対して同じ処理を行うため、以下では、任意の1ブロックについて議論する。また、本論文では、分離処理を想定するため、すべて1次元処理として表現する。

図4において、 $X(k) (k = 0, 1, \dots, 7)$  は入力信号の任意の1ブロック  $x(n)$  の DCT-II 係数であり、 $D$  は縮小率である。なお、本論文は、縮小率  $D$  を2のべき乗と仮定する。つまり、 $D = 2$  あるいは  $D = 4$  とする。

図4(a)および(b)の縮小法をそれぞれ従来法1 [3], 従来法2 [4]と呼ぶ。従来法1では、まず8点 DCT-II の結果である  $X(k)$  の高域側の係数を取り除く。すなわち、低域側の  $8/D$  個の係数を  $Y_1(k)$  とすれば、

$$Y_1(k) = X(k), \quad k = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \tag{12}$$

となる。次に、 $Y_1(k)$  に対して、 $8/D$  点の IDCT-II (表1を参照) を行い、 $1/D$  倍に輝度を調整する [18]。すなわち、

$$y_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{8/D-1} C(k)Y_1(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{8/D}$$

$$= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{8/D-1} C(k)X(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{8/D},$$

$$n = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \tag{13}$$

とする。一方、従来法2では、 $X(k)$  の高域側の係数

を0と置き換え、

$$V_2(k) = \begin{cases} X(k), & k = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \\ 0, & k = 8/D, \dots, 7 \end{cases} \quad (14)$$

を得る。次に、 $V_2(k)$  に対して、8点の IDCT-II を行い、

$$\begin{aligned} v_2(n) &= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 C(k) V_2(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{8} \\ &= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{8/D-1} C(k) X(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{8} \\ n &= 0, 1, \dots, 7 \end{aligned} \quad (15)$$

を求める。最後に、

$$y_2(n) = v_2(Dn), \quad n = 0, 1, \dots, 8/D - 1. \quad (16)$$

により、 $v_2(n)$  を  $1/D$  の間引き処理を行い、 $8/D$  点の  $y_2(n)$  を求める。

従来法1と2のいずれでも、縮小処理を実行できるが、それぞれに以下の問題点が指摘されている。従来法1では、IDCT-IIのサイズを  $8/D$  とするため、国際標準の JPEG や MPEG に採用されているサイズ8の汎用 IDCT を使えない。従って、VLSI 実現の際に、専用に設計しなければならない。

一方、従来法2では、サイズ8の汎用 IDCT を使えるが、画質が従来法1に比べ良くないという問題点がある。この違いが生じる理由は、まだ理論的に明らかにされていない。そこで、本論文は、この問題が発生する原因をまず究明する。

### 3. 等価表現の提案

本章では、上で紹介した二つの画像縮小法をフィルタ処理として解釈する。これに基づき、上述画質劣化について考察する。

#### 3.1 等価表現

ここでは、図4(a)と(b)の縮小処理に対して、フィルタ処理に基づく等価表現を導く。

まず、結論を先に示す。図4(a)および(b)の縮小処理はそれぞれ図5(a), (b)の処理に相当する。但し、図5において、 $h_1(n)$  と  $h_2(n)$  はそれぞれ長さ  $L=16$  と  $L=17$  の場合2と場合1の直線位相フィルタであり、更に以下の条件を満たすものである。

今、式(6)と式(7)により求められる  $h_1^r(n)$  ( $n = 0, 1, \dots, 7$ ) と  $h_2^r(n)$  ( $n = 0, 1, \dots, 8$ ) を考え、 $h_1^r(n)$

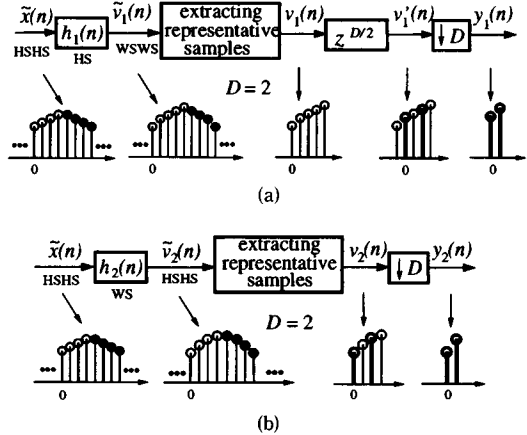


図5 画像縮小処理の等価処理 (a)従来法1, (b)従来法2  
Fig. 5 Equivalent processing for (a) conventional method 1 and (b) conventional method 2.

の DCT-II 係数を  $H_1^r(k)$ 、 $h_2^r(n)$  の DCT-I 係数を  $H_2^r(k)$  とする。このとき、 $H_1^r(k)$  と  $H_2^r(k)$  が次のような条件を満たせば、従来法と図5の表現は等価となる。

$$H_1^r(k) = \begin{cases} 1, & k = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \\ 0, & k = 8/D, \dots, 7 \end{cases} \quad (17)$$

$$H_2^r(k) = \begin{cases} 1, & k = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \\ 0, & k = 8/D, \dots, 8 \end{cases} \quad (18)$$

従って、式(17)および式(18)から逆の手順により  $h_1(n)$  と  $h_2(n)$  を求めることにより、従来法の処理に相当するフィルタを導くこともできる。

以下では、以上の結論の導出を示す。

#### (1) 従来法1の等価処理

図5(a)において、 $\tilde{v}_1(n) = \tilde{x}(n) * h_1(n)$  の代表数系列  $v_1(n)$  の DCT-I 係数  $V_1(k)$  は、図3(a)の関係により、式(8)により求められる。このとき、もし  $H_1^r(k)$  が式(17)の条件を満たせば、

$$V_1(k) = \begin{cases} X(k), & k = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \\ 0, & k = 8/D, \dots, 8 \end{cases} \quad (19)$$

となる。次に、この  $V_1(k)$  に対して、9点の IDCT-I を施すと、

$$v_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^8 C(k) V_1(k) \cos \frac{kn\pi}{8}$$

$$= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{8/D-1} C(k)X(k) \cos \frac{kn\pi}{8}$$

$$n = 0, 1, \dots, 8 \quad (20)$$

を得る。最後に、図 5(a) から、 $y_1(n)$  は、 $v_1(n)$  をシフトして、間引き処理をした結果であるため、

$$y_1(n) = v_1'(nD) = v_1(nD + D/2) \quad (21)$$

を得る。上式に式 (20) を代入すると、

$$y_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{8/D-1} C(k)X(k) \cos \frac{(nD + \frac{D}{2})k\pi}{8}$$

$$= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{8/D-1} C(k)X(k) \cos \frac{(n + \frac{1}{2})k\pi}{8/D}$$

$$n = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \quad (22)$$

となる。式 (22) は式 (13) と一致している。従って、図 5(a) の処理は図 4(a) と等価である。

(2) 従来法 2 の等価処理

図 5(b) では、 $\tilde{v}_2(n) = \tilde{x}(n) * h_2(n)$  の代表数列  $v_2(n)$  の DCT-II 係数  $V_2(k)$  は、図 3(b) の関係により、式 (10) により求められる。このとき、もし  $H_2^2(k)$  が式 (18) の条件を満たせば、

$$V_2(k) = \begin{cases} X(k), & k = 0, 1, \dots, 8/D - 1 \\ 0, & 8/D, \dots, 7 \end{cases} \quad (23)$$

となる。上式は式 (14) と一致している。従って、図 5(b) の処理は図 4(b) と等価である。

図 5 の等価表現におけるフィルタ  $h_1(n)$  と  $h_2(n)$  の周波数特性を、図 6 に示す ( $D = 2$ )。  $h_1(n)$  と  $h_2(n)$  はそれぞれ長さ  $L = 16$ ,  $L = 17$  の直線位相フィルタであり、ともに低域通過フィルタである。また、ほぼ同程度の帯域制限特性をもつことが図 6 からわかる。

3.2 画質の違いの考察

ここでは、従来法 1 と 2 の画質の違いを、提案した等価表現に基づき考察する。

まず図 4 で示した二つの縮小法による画像縮小の具体例を図 7 に示す ( $D = 2$ )。図 7(a) は原画像であり、同図 (b) と (c) はそれぞれ従来法 1 と 2 を用いたときの縮小画像である。図 6 に示したように、両方法は、フィルタ特性としてはほぼ同程度であるが、画質に大きな違いがある。この違いは、ブロックひずみが主原因であることを以下で述べる。

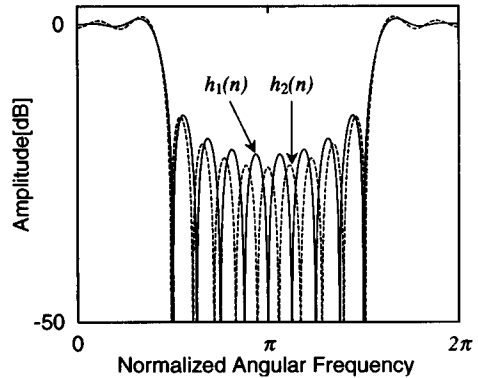


図 6 従来法のフィルタ  $h_1(n)$  と  $h_2(n)$  の振幅特性  
Fig. 6 Amplitude responses of  $h_1(n)$  and  $h_2(n)$  for the conventional methods.



(a)



(b)



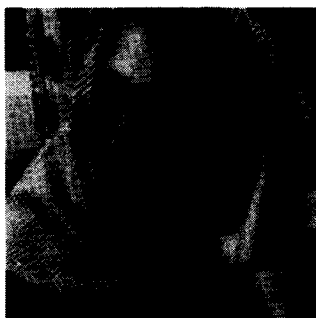
(c)

図 7 従来法による縮小画像 ( $D = 2$ ) (a) 原画像, (b) 従来法 1 による縮小画像, (c) 従来法 2 による縮小画像  
Fig. 7 Minified images of the conventional methods for  $D = 2$ . (a) original image; (b) minified image of Conventional Method 1; (c) minified image of Conventional Method 2.

図 5 の等価表現からわかるように、従来法は、原信号を 8 点のブロックに分け、隣接のブロックとの関係を無視して、周期対称畳込みを行ったことに相当する。このため、フィルタ処理を行った時点で、ブロックの境界に既にブロックひずみが発生する。この点を確認するために、図 8(a), (b) に、原画像図 7(a) に対して、8 画素 × 8 画素を 1 ブロックとして、図 5 の



(a)



(b)

図8 フィルタ処理によるブロックひずみ (a)従来法1, (b)従来法2

Fig. 8 Blocking artifacts caused by filtering for (a) Conventional Method 1 and (b) Conventional Method 2.

ようにフィルタ処理を施した結果を示す。明らかに、図8の画像では、8画素×8画素のブロックの境界値にブロックひずみが生じ、しかも両方法の画質に大きな差異はない。このように間引き前にブロックひずみが発生するために、縮小画像にも、ブロックひずみが残り、画質が劣化する。

次に、なぜ従来法1では、従来法2と比べ、画質劣化が少ないかを考察する。フィルタ処理後ブロックひずみは生じるが、最終出力にはブロックひずみがほとんど見えない。これは、従来法1の等価処理図5(a)からわかるように、 $1/D$ の間引きを施す前に、シフト処理を先に行ったため、間引きタイミングが変わるからである。すなわち、ブロックの境界部分のサンプリング点は間引かれ、ブロック影響の少ないサンプリング点が縮小画像の画素として残されているからである。

### 3.3 従来法2の場合のシフト処理

上述の考察の正当性を検証するために、従来法2で

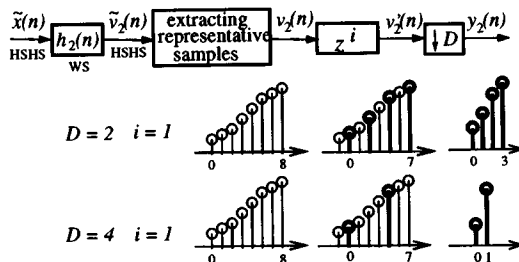


図9 従来法2にシフト処理を加えた場合の等価処理  
Fig. 9 Equivalent processing for shift-added Conventional Method 2.

の間引きタイミングを変えるを検討する。すなわち、図9のような処理を考える。

まず、 $D=2$ の場合を考えよう。このとき、間引きタイミングを変えても、ブロックひずみが大きい境界部(右端)のサンプリング点が間引かれず、縮小画像の画素として残されることが図9からわかる。次に、 $D=4$ の場合を考える。このとき、シフト処理を先に施すと、境界の部分のサンプリング点が間引かれ、ブロック影響の少ないサンプリング点は残される。従って、 $D=4$ の場合には、単にシフト処理を加えることによって、ブロックひずみを低減することができ、後に示すように従来法2の画質を変えることができる。

## 4. DCT領域における縮小処理の一般化

ここでは、3.に示した等価表現に基づき、図4の縮小法をDCT領域で一般化する。その結果、得られた画像の画質をより自由に変えることが可能となる。

### 4.1 従来法1の一般化処理

従来法1は、図5(a)の等価表現において、式(17)と選んだ場合に相当する。以下では、 $h_1(n)$ が長さ16以内で、場合2の直線位相FIRフィルタであれば、式(17)以外の選択でも、DCT領域での解像度変換を実現できることを示す。その手順は、まず、長さ $L \leq 16$ の場合2の所望の直線位相FIRフィルタ $h_1(n)$ を自由に設計し、式(6)により、 $h_1^*(n)$ を求め、そのDCT-II係数 $H_1^*(k)$ を計算する。次に、 $H_1^*(k)$ を用いて、図10に示すように、 $V_1(k) = X(k) H_1^*(k)$ を計算し、次式のように $Y_1(k)$ を求める。

$$Y_1(k) = \frac{1}{D} \sum_{d=0}^{D/2-1} (-1)^d V_1 \left( \frac{16}{D} d + k \right)$$

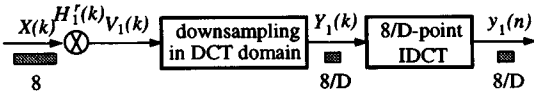


図 10 従来法 1 の一般化

Fig. 10 Generalized processing for Conventional Method 1.

$$+ \frac{1}{D} \sum_{d=D/2}^{D-1} (-1)^d V_1 \left( 16 - \frac{16}{D}d - k \right),$$

$$k = 0, \dots, 8/D - 1 \quad (24)$$

最後に、 $Y_1(k)$  に対して、 $8/D$  点の IDCT-II を行って、 $y_1(n)$  を求める。

図 10 の DCT 領域の間引き処理は、式 (24) の処理に相当する。これは、図 5(a)におけるシフト処理  $z^{D/2}$  と間引き処理を DCT 領域で行ったことに相当する（付録参照）。以上の拡張により、DCT 領域で直接解像度変換が可能という特徴を保持し、相当するフィルタの特性をより自由に選択することが可能となる。

#### 4.2 従来法 2 の一般化処理

従来法 2 は、図 5(b)の等価表現において、式 (18) と選んだ場合に相当する。式 (18) 以外の選択でも、解像度変換は可能である。つまり、長さ  $L \leq 17$  の場合 1 の所望直線位相 FIR フィルタ  $h_2(n)$  を自由に設計し、式 (7) により、 $h_2^T(n)$  を求め、その DCT-I 係数  $H_2^T(k)$  を計算する。次に、 $H_2^T(k)$  を用いて、図 11 に示すように、 $V_2(k) = X(k)H_2^T(k)$  を求めてから、図 4(b) と同じ手順で解像度変換を行うことができる。但し、3.3 での検討に基づいて、間引き処理の前に、シフト処理  $z^i$  を入れたことを注意する。これは間引きタイミングについても一般化している。縮小率が  $1/2$  と  $1/4$  のとき、 $i$  をそれぞれ 0, 1 と選ぶ。

#### 4.3 従来法 2 の一般化処理の具体例

まず、図 11 に示した一般化縮小法を用い、フィルタ特性と画質の関係を具体例によって調べる。

今、図 12 に示す振幅特性をもつ、インパルスの長さが 7 の通過域と阻止域で平坦度の異なる最大平坦フィルタ（場合 1） $f_a(n)$ 、 $f_b(n)$  を考える。図 13(a) と (b) は、このフィルタに基づき、DCT 領域で画像の縮小を行った結果である。

また、フィルタ処理の影響を明確にするために、同図 (c) と (d) に、図 11 のシフトと間引き処理前の画像  $v_2(n)$  を与えておく。図 13(c) と (d) の比較から、同じ長さのフィルタでも、周波数特性によりブロックひ

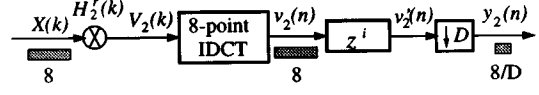


図 11 従来法 2 の一般化

Fig. 11 Generalized processing for Conventional Method 2.

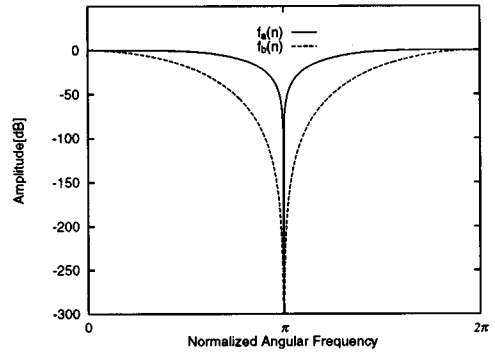


図 12 フィルタ  $f_a(n)$  と  $f_b(n)$  の振幅特性

Fig. 12 Amplitude responses for  $f_a(n)$  and  $f_b(n)$ .

ずみの大きさが異なることがわかる（一般に狭帯域な特性をもつフィルタ  $f_b(n)$  ほど、ブロックひずみが多い）。

また、図 13(a) と (b) から、 $f_a(n)$  は、シャープの画像を与え、かつブロックひずみの発生は少ないが、帯域制限の不十分さから、エリアジングが少し発生していることがわかる。このようにエリアジング、ブロックひずみ、画像のシャープさの間にトレードオフの関係が存在する。一般化処理はその間の選択の自由度を与える。

次に、縮小率が  $1/4$  の場合に、シフト処理により従来法 2 の画質を改善できる例を示す。図 14(a) は、従来法 2 による  $1/4$  倍の縮小画像を示している。同図 (b) は、従来法 2 の間引き処理の前に、 $z^i (i = 1)$  によるシフト処理を先に行ったときの縮小画像である。単に間引きタイミングを変えるだけで、縮小画像におけるブロックひずみを低減でき、画質の改善ができることがわかる。

### 5. む す び

本論文では、対称畳込みと DCT の関係に基づいて、報告されている二つの DCT 領域での解像度変換法について考察し、これらの変換法の時間領域での等価表現を導いた。その結果、DCT 領域での解像度変換法は、時間領域でのフィルタリング処理、シフト処理と

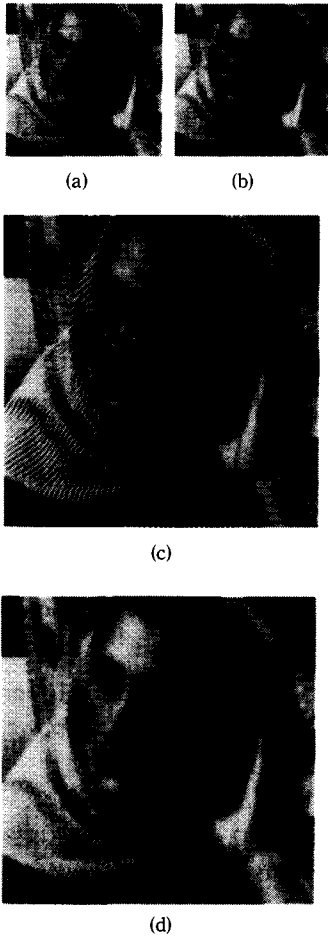


図 13 従来法 2 の一般化処理の具体例 ( $D = 2$ )。 (a) と (b) は、 $f_a(n)$  と  $f_b(n)$  をによる縮小画像；(c) と (d) は、 $f_a(n)$  と  $f_b(n)$  によるフィルタ処理の結果  
 Fig.13 Examples for the generalized processing of Conventional Method 2 when  $D = 2$ . (a) minified image for  $f_a(n)$ ; (b) minified image for  $f_b(n)$ ; (c) resulting image of the filtering by  $f_a(n)$ ; (d) resulting image of the filtering by  $f_b(n)$ .

間引き処理の組合せと解釈することができた。次に、このような等価表現に基づいて、2 の従来法の画質の違いが生じる原因を理論的に説明した。

更に、本論文は、従来法を拡張し、一般化解像度変換法を提案した。その結果、従来法はフィルタと間引きタイミングが固定であったのに対して、両者の間に自由度を与えることができた。フィルタの特性、間引きタイミングと目的画像の画質との関係を例示し、エリアジング、ブロックひずみ、画像のシャープさの間

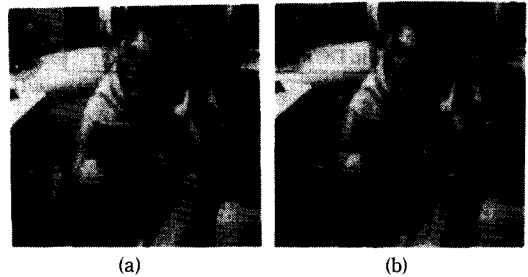


図 14 従来法 2 における間引きタイミングの影響 ( $D = 4$ )  
 (a) 従来法 2 (b) シフト処理あり  
 Fig.14 Effect of shift processing for Conventional Method 2. (a) minified image of Conventional Method 2; (b) with shift processing.

にトレードオフの関係が存在することを示した。提案法により、その間で画質の選択が可能となった。

### 文 献

- [1] K.R. Rao and P. Yip, "Discrete Cosine Transform," Academic Press Inc., San Diego, 1990.
- [2] 安田浩編者, "マルチメディア符号化の国際標準," 丸善, 1991.
- [3] K.N. Ngan, "Experiments on two-dimensional decimation in time and orthogonal transform domains," Signal Processing, vol.11, no.3, pp.249-263, Oct. 1983.
- [4] 岩橋政宏, 神林紀嘉, 貴家仁志, "スケーラブル符号化におけるドリフト誤差低減のための動き補償," 信学論 (A), vol.J79-A, no.1, pp.125-134, Jan. 1996.
- [5] R. Mokry and D.A. Anastassiou, "Minimal error drift in frequency scalability for motion compensated DCT coding," IEEE Trans., CAS for Video Technology, vol.4, no.4, pp.392-406, Aug. 1994
- [6] J. Johnson and J. Princen, "Drift minimum in frequency scalable Coders using block based filtering," IEEE Visual Signal Processing and Communications, Melbourne, pp.231-234, Sept. 1993.
- [7] 如澤裕尚, 渡辺 裕, 橋本秀雄, "フィールド内/フレーム間適応 LOT を用いた HDTV/TV コンパチブル符号化の構成とその特性," 信学論 (B-I), vol.J75-B-I, no.5, pp.342-352, May 1992.
- [8] 貴家仁志, "よくわかるデジタル画像処理," CQ 出版社, 1996.
- [9] S. Muramatsu and H. Kiya, "Scale factor of resolution conversion based on orthogonal transforms," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E76-A, no.7, pp.1150-1153, July 1993.
- [10] 村松正吾, 貴家仁志, "DCT-II を用いた画像拡大処理の対称畳み込みに基づく検討とブロック歪みの削減," 信学技報, CAS95-8, VLD95-8, DSP95-40, June 1995.
- [11] 村松正吾, 貴家仁志, "変換符号化された画像に対する任意の有理数倍率の解像度変換法," 信学論 (A), vol.J77-A, no.3, pp.369-378, March 1994.
- [12] A.W. Johnson, J. Princen, M. Chan, and M. Biggar, "Ra-



tional value decimation using the DCT for layered coding," PCS 91, 2・4-1, Sept. 2-1, 1991.

[13] M.J.T. Smith and S.L. Eddins, "Subband coding images with octave band tree structures," in Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, pp.1378-1381, April 1987.

[14] M.J.T. Smith and S.L. Eddins, "Analysis/synthesis techniques for subband image coding," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.38, pp.1446-1456, Aug. 1990.

[15] H. Kiya, K. Nishikawa, and M. Sagawa, "Property of circular convolution for subband image coding," in Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, pp.IV-281-IV-284, March 1992.

[16] H. Kiya, K. Nishikawa, and M. Iwahashi, "A development of symmetric extension method for subband image coding," IEEE Trans. Image Proc., vol.3, pp.78-81, Jan. 1994.

[17] S.A. Martucci, "Symmetric convolution and the discrete sine and cosine transforms," IEEE Trans. Signal Processing, vol.42, no.5, pp.1038-1051, 1994.

[18] S. Muramatsu and H. Kiya, "Scale factor of resolution conversion based on orthogonal transforms," IEEE Transaction on Fundamentals, vol.E76-A, no.7, pp.1150-1153, July 1993.

### 付 録

式 (24) が、図 5(a) におけるシフト処理と間引き処理の DCT 領域表現であることを証明する。

(証明) 本論文では、 $D$  が 2 のべき乗と仮定しているため、 $D = 2, 4$  とおける。まず、 $D = 2$  を考える。このとき、式 (24) は、

$$Y_1(k) = \frac{1}{2}\{V_1(k) - V_1(8-k)\}, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (A-1)$$

となる。 $y_1(n)$  は、 $Y_1(k)$  に対して、IDCT-II をした結果であり、

$$y_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^3 C(k) \{V_1(k) - V_1(8-k)\} \times \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{4}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \quad (A-2)$$

$$C(k) = \begin{cases} 1/2, & k = 0 \\ 1, & k = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (A-3)$$

と表せる。今、コサイン関数の性質

$$\cos(\pm\alpha) = \cos(\alpha) \quad (A-4)$$

$$\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos(\alpha) \quad (A-5)$$

を利用して、式 (A-2) を次のように整理する。

$$y_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^3 C(k)V_1(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{4} + \frac{1}{8} \sum_{k=4}^8 C(8-k)V_1(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{4} = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^8 C'(k)V_1(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{4}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \quad (A-6)$$

但し、

$$C'(k) = \begin{cases} 1/2, & k = 0, 8 \\ 1, & k = 1, 2, \dots, 7 \end{cases} \quad (A-7)$$

一方、 $v_1(n)$  は、 $V_1(k)$ 、( $k = 0, 1, \dots, 8$ ) に対して、IDCT-I をした結果であり、

$$v_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^8 C(k)V_1(k) \cos \frac{nk\pi}{8}, \quad n = 0, 1, \dots, 8 \quad (A-8)$$

$$C(k) = \begin{cases} 1/2, & k = 0, 8 \\ 1, & k = 1, 2, \dots, 7 \end{cases} \quad (A-9)$$

と表せる。上式と式 (A-6) の比較から、

$$y_1(n) = v_1(2n+1), \quad n = 0, 1, 2, 3 \quad (A-10)$$

が成り立つことがわかり、 $D = 2$  の場合は証明された。

次に、 $D = 4$  を考える。このとき、式 (24) により、

$$Y_1(k) = \frac{1}{4}\{V_1(k) - V_1(4-k) - V_1(4+k) + V_1(8-k)\}, \quad k = 0, 1 \quad (A-11)$$

となる。そして、

$$y_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^1 C(k) \{V_1(k) - V_1(4-k) - V_1(4+k) + V_1(8-k)\} \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{2}, \quad n = 0, 1 \quad (A-12)$$

$$C(k) = \begin{cases} 1/2, & k = 0 \\ 1, & k = 1 \end{cases} \quad (A-13)$$

が成り立つ。今、上式に対して、 $D = 2$  の場合と同じように式 (A-4) と式 (A-5) を利用すれば、

$$y_1(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^8 C'(k)V_1(k) \cos \frac{(n+1/2)k\pi}{2}, \quad n = 0, 1 \quad (A-14)$$

但し,

$$C'(k) = \begin{cases} 1/2, & k = 0, 8 \\ 1, & k = 1, 2, \dots, 7 \end{cases} \quad (\text{A}\cdot 15)$$

となる。上式を式 (A-8) と比べると

$$y_1(n) = v_1(4n + 2), \quad n = 0, 1 \quad (\text{A}\cdot 16)$$

となり,  $D = 4$  の場合の証明はされた。

故に, 式 (A-10) と式 (A-16) から,

$$y_1(n) = v(Dn + D/2), \quad D = 2, 4 \quad (\text{A}\cdot 17)$$

を得る。従って,  $y_1(n)$  は,  $v_1(n)$  に対して,  $D/2$  点シフトした後  $1/D$  の間引き処理を行った結果と一致する。

(平成 9 年 3 月 27 日受付)



**那 暁霞** (学生員)

1989 中国上海機械学院・工・光学機械卒。  
1997 都立大大学院工学研究科修士課程了。  
現在, (株) NEC 情報システムズ勤務。



**貴家 仁志** (正員)

1980 長岡技科大・工・電気電子システム卒。1982 同大大学院修士課程了。同年都立大工学部電気工学科助手。現在, 同大学電子・情報工学科助教授。工博。1995 シドニー大 (オーストラリア) 客員研究員。マルチレート信号処理, 画像処理および信号処理アルゴリズムの VLSI 実現に関する研究に従事。著書「高速フーリエ変換とその応用」, 「デジタル信号処理技術入門」, 「マルチレート信号処理」, 電子画像学会, 映像情報メディア学会, IEEE 各会員。