

# 符号長の短いLDPC符号を用いたパケットレベルFECにおけるサブパケットへの分割と理論解析

Finite Length Analysis of Packet Level LDPC FEC Using Sub-packet Division

外村 喜秀<sup>†</sup>      白井 大介<sup>†</sup>      仲地 孝之<sup>†</sup>      藤井 竜也<sup>†</sup>      貴家 仁志<sup>‡</sup>  
 Yoshihide TONOMURA    Daisuke SHIRAI    Takayuki NAKACHI    Tatsuya FUJII    Hitoshi KIYA

<sup>†</sup> 日本電信電話株式会社 NTT 未来ねっと研究所  
 NTT Network Innovation Laboratories, NTT Corporation  
<sup>‡</sup> 首都大学東京 大学院システムデザイン研究科  
 Department of Information and Communications Systems Engineering

## 1 はじめに

近年、通信容量に迫る性能を発揮するLDPC符号が注目されている[1]。LDPC符号は符号長が長い場合に通信容量に迫る性能を発揮するが、符号長の短い場合には性能が劣化する問題があった。我々は文献[2]にて、パケットレベルLDPC FECを対象としてパケット長が短い場合も優れた性能を発揮するパケット分割手法を提案した。本稿では、パケット分割手法の理論解析を行う。

## 2 パケットレベルFECにおけるパケット分割法

パケットレベルFECにおけるパケット分割法の概略を説明する[2]。まず、エンコーダ側では $k$ 個のパケット $x_k$ を $k' = k \times d$ 個のサブパケットへと分割し、分割されたサブパケット $x_{k'}$ を次式に代入して $n'$ 個の符号語 $y_{n'}$ を得る。

$$y_{n'}^t = Gx_{k'}^t \pmod{2} \quad (1)$$

ただしパリティ生成行列 $G$ はパリティ検査行列 $H$ と $GH^t = 0 \pmod{2}$ の関係を持つ。符号語 $y_{n'}$ はインターリーブがかけられた後に $d$ 個ずつパケット化されてデコーダへと送信される。デコーダ側では逆インターリーブが行われ、受信符号語 $\hat{y}_{n'}$ が作成され、次式を満たすようメッセージパッシングアルゴリズムにより繰り返し消失パケットの回復が行われる。

$$0 = H\hat{y}_{n'}^t \pmod{2} \quad (2)$$

## 3 LDPC符号におけるパケット分割法の理論解析

本稿では有限長のLDPC符号の解析をLDPC符号アンサンブルの重み分布から算出されるUnion Boundを用いて評価する。パケット分割が行われた際の最尤復号時のレギュラーLDPC符号の平均ブロック誤り率は文献[3]における補題B.2を次式に変更することで算出される。

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{\text{LDPC}(n,x^{l-1},x^{r-1})} [P_B^{ML}(G,\varepsilon)] \\ & \leq \sum_{e=0}^n \binom{n}{e} \varepsilon^e \bar{\varepsilon}^{n-e} \\ & \cdot \min \left[ 1, \sum_{w=1}^{e \cdot d} \frac{\text{coef} \left[ \left( \frac{(1+y)^r + (1-y)^r}{2} \right)^{n' \frac{l}{r}}, y^{wl} \right]}{\binom{n'l}{wl}} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 $l, r$ はそれぞれ列重み、行重みであり、 $\min[\cdot]$ 関数は引数の小さい方の値を返し、 $\text{coef}[\cdot]$ 関数は第二引数の係数値を返す。

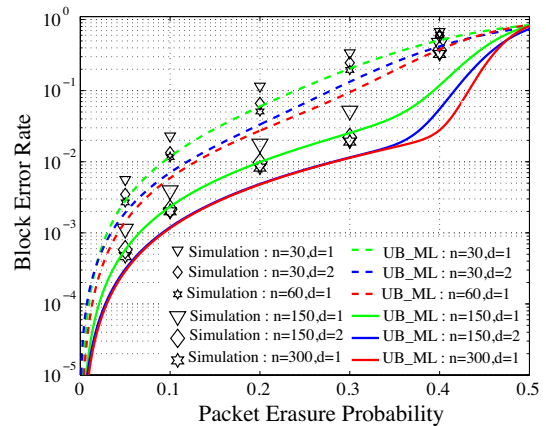


図1 パケット分割法を用いたLDPC符号アンサンブルのUnion Bound評価と計算機シミュレーション結果

式(3)により導出されるLDPC( $n, l=3, r=6$ )のUnion Boundを符号長 $n$ とパケット分割数 $d$ を変化させて評価した(図1)。図1よりサブパケット分割を行いシンボル数は増やした場合、符号長を長くすることによりシンボル数を増やした場合において、エラーフロ領域で等しい特性を示すことが確認できる。これは、Union Boundのエラーフロ領域においてはシンボル数そのものが符号化特性を決定付けていることを意味する。なお、実際の計算機シミュレーションにおいても同様の傾向が見られることを確認している(図1)。

## 4 まとめ

本稿では、サブパケット分割法におけるブロックエラー特性をUnion Boundにて評価した。その結果、Union Boundのエラーフロ領域においてはシンボル数が符号化特性を決定付けていることが明らかとなった。また、実際の計算機シミュレーションにて妥当性を確認した。

## 参考文献

- [1] R.G.Gallager, "Low density parity check codes," in Research Monograph series. Cambridge, MIT Press, 1963.
- [2] 外村, 他, "符号長の短いLDGM符号を用いたパケットレベルFECにおける互換性を考慮したサブパケット化とインターリーブ法," 2009年総会大会 B-6-93.
- [3] Changyan Di, *et al.*, "Finite-length analysis of low-density parity-check codes on the binary erasure channel," IEEE Trans. Inform. Theory, 2002.