

DCT 符号位相相関による非整数サンプルシフト量推定のための フィッティング関数

伊藤 泉[†] 貴家 仁志[†]

Fitting Functions for Noninteger Shift Value Estimation Using DCT Sign Phase Correlation

Izumi ITO[†] and Hitoshi KIYA[†]

あらまし 離散コサイン変換 (DCT) 符号位相相関は, DCT 係数の正負符号を用い, 信号間の類似度及び移動量推定を行う手法である. しかし, その推定移動量は整数サンプルシフトに限定されている. 本論文では, DCT 符号位相相関と位相限定相関との関係を考察し, DCT 符号位相相関によって非整数サンプルシフト量を推定するための二つのフィッティング関数を導出する. 一つは DCT 符号位相相関のピーク形状の単峰性モデルに基づくものである. 他方は双峰性モデルに基づくものであり, 単峰性モデルに比べ, 高精度の推定が可能となる. シミュレーションにより, 提案法の有効性及び妥当性を示す.

キーワード DCT 符号位相相関, 位相限定相関, サブピクセル推定, DCT

1. ま え が き

筆者らにより提案された DCT 符号位相相関 (DCT-SPC) は, 二つの信号の離散コサイン変換 (DCT) 係数の正負符号から, 信号間の類似度及びシフト量を推定する手法である [1], [2]. DCT-SPC は, 特に DCT を要素技術とする JPEG 符号化画像との親和性から, 圧縮率の異なる画像間にも適用可能な高速画像検索 [3], [4] や, 画像のスクランブル [5] に使用され, その有効性が確認されている. また, DCT-SPC は, 解析的に DFT の位相と DCT の正負符号の関係から導出されており, DCT 係数の正負符号のみを用いてシフト量推定が可能である. しかし, 推定できるシフト量は整数サンプルシフトに限定されている. そのため, 非整数サンプルシフト量の推定手法を明らかにすることが求められている [6].

一方, DCT-SPC と密接な関係にある位相限定相関 (POC) は, PHAT として連続時間表現が紹介され [7], 1975 年, その離散フーリエ変換 (DFT) 表現が Kuglin と Hines によって提案された [8]. POC は二つの信号

の DFT 係数の位相を用い, 信号間の類似度及びシフト量を推定する手法である. 種々の非整数サンプルシフト量の推定手法が研究されており, その手法には, 空間領域における補間 [8], 周波数領域における拡大法 [9], フィッティング関数 [10] ~ [12], 及び周波数領域における直接計算 [13] ~ [15] などがある. これらの手法のうち, フィッティング関数は, 補間や拡大法のようなメモリの増大を必要とせず, 更に他の手法と組合せも可能な手法である.

本論文では, 非整数サンプルシフト量推定を目的とする DCT-SPC のためのフィッティング関数を提案する. DCT-SPC と POC の関係を考察し, 二つのフィッティング関数を導出する. 一つは単峰性モデルであり, DCT-SPC のピーク形状が単独であることを仮定したものである. 他方は双峰性モデルであり, 複数のピークの相互干渉が考慮されている. 単峰性モデルに比べ, 双峰性モデルは, より高精度な推定が可能となる. シミュレーションにより提案法の有効性及び妥当性を示す.

本論文の構成は次のとおりである. 2. では, POC とそのシフト推定の原理, 及び DCT-SPC を説明し, 本論文の目的を示す. 3. では, 提案する DCT-SPC のための二つのフィッティング関数を導出する. 4. で

[†] 首都大学東京システムデザイン研究科, 日野市
Graduate School of System Design, Tokyo Metropolitan University, Hino-shi, 191-0065 Japan

は、フィッティング関数の適用法について述べ、5. では、提案法の有効性及び妥当性をシミュレーションを通して確認する。

2. シフト量推定

POC 及び信号間のシフト量推定の原理を述べる。次に DCT-SPC について説明し、本論文の目的を明確にする。以下、 \mathbb{Z} 及び \mathbb{R} はそれぞれ整数全体及び実数全体を表す。

2.1 位相限定相関 (POC)

離散時間信号に対する位相限定相関 (POC) を示す。任意の N 点実信号 $g_1(n)$ 及び $g_2(n)$ の DFT 係数をそれぞれ $G_1(k)$ 及び $G_2(k)$, ($n, k \in \mathbb{Z}$) とする。位相項 $\phi_{G_i}(k)$ は、DFT 係数 $G_i(k)$ とその振幅 $|G_i(k)|$ から

$$\phi_{G_i}(k) = G_i(k)/|G_i(k)| \quad (1)$$

と与えられる。ただし、 $|G_i(k)| = 0$ のとき $\phi_{G_i}(k) = 0$ とする [8]。

離散時間信号 $g_1(n)$ 及び $g_2(n)$ の位相限定相関 (POC), $r_\phi(n)$ は、位相項の複素共役積の逆 DFT として、

$$r_\phi(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} R_\phi(k) W_N^{-nk} \quad (2)$$

と与えられる。ただし、 $W_N = e^{-j2\pi/N}$ であり、

$$R_\phi(k) = \phi_{G_1}^*(k) \cdot \phi_{G_2}(k) \quad (3)$$

と定義される。ここで、 $\phi_{G_1}^*(k)$ は $\phi_{G_1}(k)$ の複素共役を表す。

2.2 連続時間信号間のシフト量推定

次に、連続時間信号の POC について考え、シフト量推定の原理を説明する。 $g_{a_1}(t)$ 及び $g_{a_2}(t)$, ($t \in \mathbb{R}$) を絶対積分可能な連続時間実信号とし、 $\Omega_m = 2\pi F_m > 0$ で帯域制限されているとする。 $g_{a_2}(t)$ は $g_{a_1}(t)$ を T_0 , ($T_0 \in \mathbb{R}$) だけシフトさせた信号、

$$g_{a_2}(t) = g_{a_1}(t - T_0) \quad (4)$$

とする。今、 $g_{a_i}(t)$ のフーリエ変換を

$$G_{a_i}(\Omega) = |G_{a_i}(\Omega)| e^{j\theta_{a_i}(\Omega)}, \quad (\Omega \in \mathbb{R}) \quad (5)$$

と極座標表示すると、フーリエ変換のシフト性より、振幅及び位相は、

$$|G_{a_2}(\Omega)| = |G_{a_1}(\Omega)| \quad (6)$$

$$\theta_{a_2}(\Omega) = \theta_{a_1}(\Omega) - T_0\Omega \quad (7)$$

と関係する。これらの位相項の複素共役積は

$$R_{\phi_a}(\Omega) = \frac{G_{a_1}^*(\Omega) \cdot G_{a_2}(\Omega)}{|G_{a_1}^*(\Omega) \cdot G_{a_2}(\Omega)|} = e^{-j\Omega T_0} \quad (8)$$

となり、そのフーリエ逆変換、すなわち連続時間信号の POC は、

$$r_{\phi_a}(t) = \delta(t - T_0) \quad (9)$$

と与えられる。これは $t = T_0$ にピークをもつデルタ関数である。したがって、ピーク値の座標値が二つの信号の相対的シフト量を与える。

2.3 離散時間信号のシフト量推定

連続時間信号とそのサンプル値信号の関係を述べ、離散時間信号から非整数サンプルシフト量を推定する原理を説明する。

$g_i(n)$ を $g_{a_i}(t)$ の N 点のサンプル値信号

$$g_i(n) = g_{a_i}(t) \Big|_{t=nT_s}, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

とする。 T_s はサンプリング周期を示し、 $1/T_s > 2F_m$ を満たすものとする。 $g_{a_i}(t)$ のフーリエ変換 $G_{a_i}(\Omega)$ と $g_i(n)$ の離散時間フーリエ変換 (discrete time Fourier transform: DTFT), $G_i(e^{j\Omega T_s})$ との関係は、

$$G_i(e^{j\Omega T_s}) = \frac{1}{T_s} G_{a_i}(\Omega), \quad |\Omega| < \frac{\Omega_s}{2} = \frac{\pi}{T_s} \quad (11)$$

となる [16]。 $g_1(n)$ と $g_2(n)$ の DTFT 位相項の複素共役積は、式 (8) 及び (11) より、

$$\begin{aligned} R_\phi(e^{j\Omega T_s}) &= \frac{G_1^*(e^{j\Omega T_s}) \cdot G_2(e^{j\Omega T_s})}{|G_1^*(e^{j\Omega T_s}) \cdot G_2(e^{j\Omega T_s})|} \\ &= \frac{G_{a_1}^*(\Omega)/T_s \cdot G_{a_2}(\Omega)/T_s}{|G_{a_1}^*(\Omega)/T_s \cdot G_{a_2}(\Omega)/T_s|} = R_{\phi_a}(\Omega) \\ &= e^{-j\Omega T_s t_0}, \quad |\Omega| < \Omega_s/2 \end{aligned} \quad (12)$$

と与えられる。ただし、

$$t_0 = T_0/T_s \quad (13)$$

である。 t_0 は T_s で正規化したシフト量となる。

$g_i(n)$ の N 点 DFT, $G_i(k)$ は、 $G_i(e^{j\Omega T_s})$ のサンプル点として、

$$G_i(k) = G_i(e^{j\Omega T_s}) \Big|_{\Omega T_s = 2\pi k/N} \quad (14)$$

と与えられる。したがって、 $g_1(n)$ と $g_2(n)$ の DFT 位相項の複素共役積 $R_\phi(k)$ は、 $R_\phi(e^{j\Omega T_s})$ のサンプル点として、式 (8) 及び式 (12) から、

$$R_\phi(k) = R_\phi(e^{j\Omega T_s}) \Big|_{\Omega T_s = 2\pi k/N} = e^{-j2\pi t_0 k/N} \quad (15)$$

となる。

次に、式 (2) の $r_\phi(n)$ を考える。 $r_\phi(n)$ は、式 (12) の離散点として求めた $R_\phi(k)$ の逆 DFT として与えられる。 $r_\phi(n)$ は、等比数列の和の公式から整理され、

$$\begin{aligned} r_\phi(n) &= \frac{1}{N} \sum_{k=-M}^M R_\phi(k) W_N^{-nk} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=-M}^M e^{\frac{j2\pi(n-t_0)k}{N}} \\ &= \frac{1}{N} \frac{\sin(\pi(n-t_0))}{\sin(\pi(n-t_0)/N)} \end{aligned} \quad (16)$$

と与えられる。ただし、式 (12) の周波数範囲 $|\Omega| < \Omega_s$ の制約から、逆 DFT における k の範囲を $-M \leq k \leq M$ 、 $N = 2M + 1$ とする。

以上の議論から、 t_0 が整数 (T_0 が T_s の整数倍) のとき、式 (16) は

$$r_\phi(n) = \begin{cases} 1, & (n = t_0) \\ 0, & (n \neq t_0) \end{cases} \quad (17)$$

となり、 $r_\phi(n)$ と $r_{\phi_a}(t)$ のピーク位置は一致する。一方、 t_0 が非整数のとき、図 1 に示すように、 $r_\phi(n)$ のピーク (1st peak) と $r_{\phi_a}(t)$ のピーク (true peak) の位置は一致しない。非整数サンプルシフト量 t_0 は、 $r_\phi(n)$ と式 (16) の関係にある。式 (16) は、式 (9) の離散時間信号表現に対応する。

一般に二つの信号がシフト関係にあるとき、各信号には信号値が一致しない部分が存在する。この部分の信号は $r_\phi(n)$ ではノイズとして働き、ピーク値の値を下げる [8]。このことを考慮して、離散時間信号と連続時間信号の POC をつなぐフィッティング関数の一例は、式 (16) から、

$$r_{\phi_{fit}}(n, t_0) = \frac{\alpha}{N} \frac{\sin(\pi(n-t_0))}{\sin(\pi(n-t_0)/N)} \quad (18)$$

と与えられる [12]。ここで α は定数であり $\alpha \leq 1$ である。

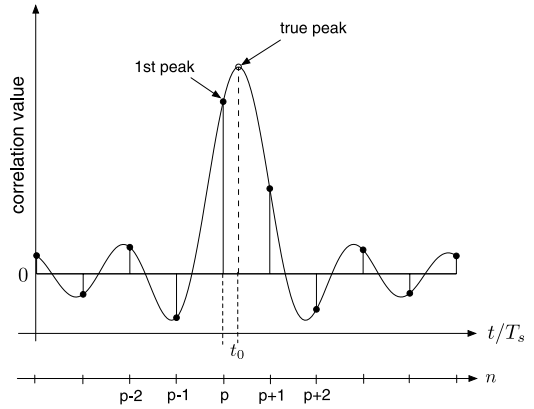


図 1 非整数シフト量推定の概要
Fig. 1 Concept of noninteger sample shift estimation.

2.4 DCT 符号位相相関 (DCT-SPC)

N 点 DCT タイプ II の変換対は

$$G_{iC}(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C_k \sum_{n=0}^{N-1} g_i(n) \cos\left(\frac{\pi(2n+1)k}{2N}\right) \quad (19)$$

$$g_i(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C_k G_{iC}(k) \cos\left(\frac{\pi(2n+1)k}{2N}\right) \quad (20)$$

と定義される。ここで C_k は、

$$C_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & k = 0 \\ 1, & k \neq 0 \end{cases} \quad (21)$$

である。DCT 係数 $G_{iC}(k)$ は、その絶対値 $|G_{iC}(k)|$ と正負符号 $\sigma_{G_i}(k)$ を用い、

$$G_{iC}(k) = |G_{iC}(k)| \sigma_{G_i}(k) \quad (22)$$

と表すことができる。ただし $|G_{iC}(k)| = 0$ のとき、 $\sigma_{G_i}(k) = 0$ とする。

$g_1(n)$ 及び $g_2(n)$ の DCT-SPC、 $r_\sigma(n)$ は、

$$r_\sigma(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} K_k R_\sigma(k) \cos\left(\frac{\pi nk}{N}\right) \quad (23)$$

と定義される。ただし、

$$R_\sigma(k) = \sigma_{G_1}(k) \cdot \sigma_{G_2}(k) \quad (24)$$

である．ここで K_k は重みであり，一般に

$$K_k = (C_k)^2 \quad (25)$$

と与えられる．式 (23) を用い，整数サンプルシフト量を推定することができる [1], [2] ．

本論文の目的は，以上の議論及び表現を基礎として，DCT-SPC から得られる整数サンプル値から，非整数サンプルシフト量を推定する，DCT-SPC のためのフィッティング関数を導出することにある．

3. DCT-SPC のためのフィッティング関数

任意の信号と，その対称拡張信号の関係の考察を通して，DCT-SPC のための二つのフィッティング関数を導出する．

3.1 DCT-SPC と POC の関係

N 点信号を拡張した $2N$ 点信号間の POC を考え，その一部分が N 点信号間の DCT-SPC であることを述べる．

N 点信号 $g_i(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ を対称に拡張した $2N$ 点の対称拡張信号 $\hat{g}_i(n)$ を，

$$\hat{g}_i(n) = \begin{cases} g_i(n), & n=0, 1, \dots, N-1 \\ g_i(2N-n-1), & n=N, N+1, \dots, 2N-1 \end{cases} \quad (26)$$

と定義する．

$2N$ 点の対称拡張信号 $\hat{g}_1(n)$ と $\hat{g}_2(n)$ の POC, $\hat{r}_\phi(n)$ を考える． $\hat{g}_1(n)$ 及び $\hat{g}_2(n)$ の DFT の位相項の複素共役積 $\hat{R}_\phi(k)$ と，式 (24) の $R_\sigma(k)$ の関係は

$$\hat{R}_\phi(k) = R_\sigma(k), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (27)$$

と与えられる [1] ．このとき， $\hat{r}_\phi(n)$ はその逆 DFT として

$$\begin{aligned} \hat{r}_\phi(n) &= \frac{1}{2N} \left(\sum_{k=0}^{2N-1} \hat{R}_\phi(k) W_{2N}^{-nk} \right) \\ &= \frac{1}{2N} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \hat{R}_\phi(k) W_{2N}^{-nk} + \sum_{k=1}^{N-1} \hat{R}_\phi^*(k) W_{2N}^{nk} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2N} \hat{R}_\phi^*(N) W_{2N}^{nN} \end{aligned} \quad (28)$$

と表現される．信号の対称性から $R_\phi^*(N) = 0$ となることに注意して，更に式 (27) より，

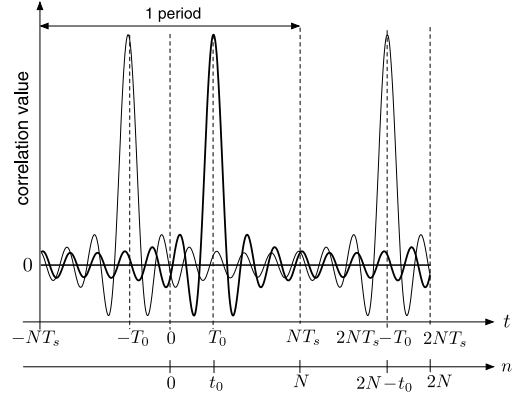


図 2 単峰性モデルと双峰性モデル (非整数サンプルシフト)

Fig. 2 Single peak model and multiple peaks model. (noninteger sample shift)

$$\hat{r}_\phi(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} K_k R_\sigma(k) \cos\left(\frac{\pi nk}{N}\right) \quad (29)$$

を得る．先の定義より $K_0 = 1/2$ 及び $K_k = 1, k \neq 1$ である．したがって，

$$\hat{r}_\phi(n) = r_\sigma(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (30)$$

が成立する．ゆえに， $n = 0, 1, \dots, N-1$ の範囲において， $2N$ 点信号 $\hat{g}_1(n)$ 及び $\hat{g}_2(n)$ の POC は， N 点信号 $g_1(n)$ 及び $g_2(n)$ の DCT-SPC と一致する．

3.2 単峰性モデル

以上の議論より， N 点信号間の DCT-SPC は $2N$ 点に拡張した信号間の POC の一部分であることが分かる．したがって，DCT-SPC のフィッティング関数の一つは，式 (18) に示す POC のためのフィッティング関数において， N 点を $2N$ 点に置き換え，

$$r_{\sigma_{fit1}}(n, t_0) = \frac{\alpha}{2N} \frac{\sin(\pi(n-t_0))}{\sin(\pi(n-t_0)/2N)} \quad (31)$$

と導出される．

シフト関係にある信号から生成される対称拡張信号の POC は，複数のピークが現れることが知られている [1], [2] ．図 2 はそのピークの様子を表したものである．対称拡張信号の POC では，シフト量 T_0 の位置に一つのピークが現れ，同時に，それを $t = NT_s$ を軸として鏡映させた位置 (信号長を $2NT_s$ とすると， $2NT_s - T_0$) にピークが生じる．ここで，DFT の使用から $2NT_s$ の周期を仮定すると，1 周期につき二つ

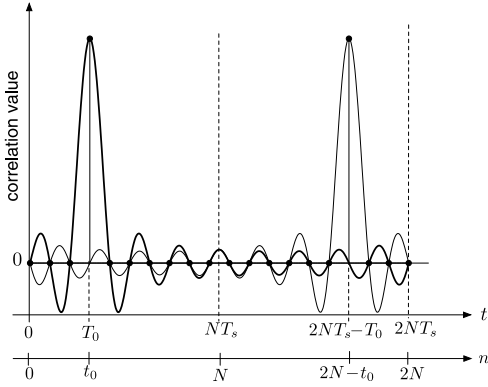


図3 単峰性モデルと双峰性モデル(整数サンプルシフト)
Fig. 3 Single peak model and multiple peaks model.
(integer sample shift)

のピークをもち、 $t = 2NT_s - T_0$ と $t = -T_0$ における $r_{\phi_a}(t)$ の値は等しいことに注意する。

図3に、 T_0 が整数サンプルシフト量 (T_0 が T_s の整数倍、すなわち $t_0 = T_0/T_s$ が整数) のときの様子を示す。ピーク位置以外のサンプル点は0となり、整数サンプル点における複数のピークによる相互干渉は生じないことが分かる。式(31)に示すフィッティング関数は、複数のピークのうちの一つのピークに着目したものであり、複数ピークによる相互干渉がないものとして導出されている。本論文ではこのフィッティング関数を単峰性モデルと呼ぶことにする。

3.3 双峰性モデル

単峰性モデルに対し、複数のピークに基づく双峰性モデルを次に提案する。信号がシフト関係にあるとき、DCT-SPCは一つのピークをもつが、そのピーク値は対称拡張信号のPOCの一部であり、他のピークの影響を受けている。しかし、単峰性モデルではこの干渉を無視し、ピークが単独にあることを仮定している。この干渉を考慮したモデルが双峰性モデルである。双峰性モデルのフィッティング関数は、ピークの位置を、非整数サンプルシフト量 t_0 及びその逆符号値 $-t_0$ とし、式(31)を用いて、

$$\begin{aligned} r_{\sigma_{fit2}}(n, t_0) &= r_{\sigma_{fit1}}(n, t_0) + r_{\sigma_{fit1}}(n, -t_0) \\ &= \frac{\alpha}{2N} \left(\frac{\sin(\pi(n-t_0))}{\sin(\pi(n-t_0)/2N)} + \frac{\sin(\pi(n+t_0))}{\sin(\pi(n+t_0)/2N)} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

と定義される。以下では、対称拡張された連続時間信

号のPOCを考察し、相関ピークが信号間の相対的シフト量 t_0 と $-t_0$ の位置に現れることを説明する。

3.4 対称拡張した連続時間信号のPOC

今、 $g_{a_i}(t)$ を対称に拡張した信号 $\hat{g}_{a_i}(t)$ を

$$\hat{g}_{a_i}(t) = g_{a_i}(t) + g_{a_i}(-t) \quad (33)$$

とする。実信号の仮定から、 $\hat{g}_{a_i}(t)$ のフーリエ変換は、

$$\begin{aligned} \hat{G}_{a_i}(\Omega) &= G_{a_i}(\Omega) + G_{a_i}(-\Omega) \\ &= G_{a_i}(\Omega) + G_{a_i}^*(\Omega) \end{aligned} \quad (34)$$

が成立する。これらの位相項の複素共役積 $\hat{R}_{\phi_a}(\Omega)$ は、式(6)及び式(7)から、

$$\begin{aligned} \hat{R}_{\phi_a}(\Omega) &= \frac{(G_{a_1}(\Omega) + G_{a_1}^*(\Omega))^* \cdot (G_{a_2}(\Omega) + G_{a_2}^*(\Omega))}{\left| (G_{a_1}(\Omega) + G_{a_1}^*(\Omega))^* \cdot (G_{a_2}(\Omega) + G_{a_2}^*(\Omega)) \right|} \\ &= C(\Omega) \cdot (e^{-j\Omega T_0} + e^{-j(2\theta_{a_1}(\Omega) - T_0\Omega)} \\ &\quad + e^{j(2\theta_{a_1}(\Omega) - T_0\Omega)} + e^{j\Omega T_0}) \\ &= R_1(\Omega) + R_2(\Omega) + R_3(\Omega) + R_4(\Omega) \end{aligned} \quad (35)$$

と与えられる。ただし、

$$C(\Omega) = 1 / \{ 2[\cos(2\theta_{a_1}(\Omega) - T_0\Omega) + \cos(T_0\Omega)] \} \quad (36)$$

である。ここで、 $(G_{a_1}(\Omega) + G_{a_1}^*(\Omega))^* \cdot (G_{a_2}(\Omega) + G_{a_2}^*(\Omega)) = 0$ のとき、 $\hat{R}_{\phi_a}(\Omega) = 0$ とする。

$R_i(\Omega)$, $i = 1, 2, 3, 4$ のフーリエ逆変換を $r_i(t)$ とすると、対称拡張した連続時間信号のPOC、 $\hat{r}_{\phi_a}(t)$ は、式(35)のフーリエ逆変換として、

$$\hat{r}_{\phi_a}(t) = r_1(t) + r_2(t) + r_3(t) + r_4(t) \quad (37)$$

と与えられる。今、 $C(\Omega) = 1$ を仮定すると、 $r_1(t)$ 及び $r_4(t)$ はそれぞれ $\delta(t - T_0)$ 及び $\delta(t + T_0)$ となる。一般に $C(\Omega) = 1$ とは限らないが、 $C(\Omega) \geq 0$ から、そのフーリエ逆変換 $c(t)$ は、 $t = 0$ に最大ピークをもつ。したがって、 $\hat{r}_{\phi_a}(t)$ は $t = T_0$ 及び $t = -T_0$ にピークをもつことになる。

先に述べたように、式(16)は、式(9)の離散時間信号表現に対応する。式(32)は、二つのピークに着目し、双峰性モデルとして導出される。

4. フィッティング関数による推定

4.1 フィッティング関数の適用

真のシフト量 t_0 及び定数 α に対し, 推定シフト量 \bar{t}_0 及び $\bar{\alpha}$ は, 式 (23) の DCT-SPC による整数サンプル精度でのピーク近傍値とのフィッティング関数 (式 (31) または式 (32)) を用い, 最小二乗法により推定される. すなわち, DCT-SPC, $r_\sigma(n)$ の第 1 ピークの位置,

$$p = \operatorname{argmax}_n (r_\sigma(n)) \quad (38)$$

から,

$$\bar{t}_0 = \operatorname{argmin}_{t_0} \left(\sum_{n=p-\xi}^{p+\xi} (r_{\sigma_{fit_i}}(n, t_0) - r_\sigma(n))^2 \right) \quad (39)$$

を得る. ここで, $\operatorname{argmax}_x (f(x))$ 及び $\operatorname{argmin}_x (f(x))$ は, それぞれ $f(x)$ を最大及び最小とする x を与える. ξ ($\xi \in \mathbb{Z}$) はピークの近傍点数を表す. 次に上式における $n = p - \xi < 0$ の場合の取扱いを説明する.

4.2 $r_\sigma(n)$ の周期性

DCT-SPC, $r_\sigma(n)$ の定義域が $n = 0, 1, \dots, N-1$ であることから, $n = p - \xi < 0$ の場合, 式 (39) において, $r_\sigma(n)$ は未定義となる.

単峰性モデルでは,

$$r_\sigma(n) = \begin{cases} r_\sigma(n), & n = p - \xi \geq 0 \\ r_\sigma(N + n), & n = p - \xi < 0 \end{cases} \quad (40)$$

と拡張して再定義する. これは, 周期 N を仮定したものである. この仮定は, 単一のピークを仮定することに相当する.

一方, 双峰性モデルでは,

$$r_\sigma(n) = \begin{cases} r_\sigma(n), & n = p - \xi \geq 0 \\ r_\sigma(-n), & n = p - \xi < 0 \end{cases} \quad (41)$$

と再定義する. これは, $r_\sigma(n)$ を対称拡張したものである. 先に DCT-SPC は $2N$ 点対称拡張信号の POC, $\hat{r}_\phi(n)$ における $n = 0, 1, \dots, N-1$ の部分であることを述べた. この拡張は $r_\sigma(n)$ を $r_\sigma(n) = \hat{r}_\phi(n)$ と解釈して, $\hat{r}_\phi(n)$ の周期 $2N$ の仮定に従うものである.



(a) 原画像 (b) シフト画像 ($t_0 = 30.16$)

図 4 非整数サンプルシフト画像

Fig. 4 Noninteger sample shifted image.

5. シミュレーション

5.1 非整数サンプルシフト信号の生成

まず, 本シミュレーションで使用するシフト信号の生成法について述べる.

N 点実信号 $g_1(n)$ を非整数サンプル t_0 だけシフトさせた信号 $g_2(n)$ は, 周波数領域において, 位相を操作し生成される [6], [10]. シフト t_0 により生じる位相の遅延 $\theta(k)$ は,

$$\theta(k) = 2\pi k t_0 / N \quad (42)$$

$$k = -M, -M + 1, \dots, 0, \dots, M - 1, M$$

$$N = 2M + 1 \quad (43)$$

と与えられる. したがって, $g_1(n)$ の DFT, $G_1(k)$ に位相項 $e^{j\theta(k)}$ を乗じ,

$$G_2(k) = G_1(k) e^{j\theta(k)} \quad (44)$$

とし, これを逆 DFT することにより, 信号 $g_2(n)$ を生成する.

図 4 に原画像及び, そのシフト画像の一例を示す. 原画像はサイズ 512×512 , 濃淡画像, lena である. シフト画像は, 原画像を式 (44) に従い水平方向に $t_0 = 30.16$ 画素シフトさせ生成したものである.

5.2 非整数サンプルシフト量の推定

非整数サンプルシフト関係にある二つの信号の DCT-SPC から, 提案するフィッティング関数を用い, 推定シフト量 \bar{t}_0 を求める. 二つの信号は, 図 4 に示す原画像及び, t_0 を変化させたシフト画像の, それぞれ対応する 1 ラインの右端から 400 点とした. これは循環シフトを回避するためである. 最小二乗法に用いる点数は, $2\xi + 1$ 点とし $\xi = 1$ とした. 図 5 に t_0 を 0 から 2 の範囲で 0.02 ずつ変化させた結果を示す. フィッティング関数は, 単峰性モデル及び双峰性

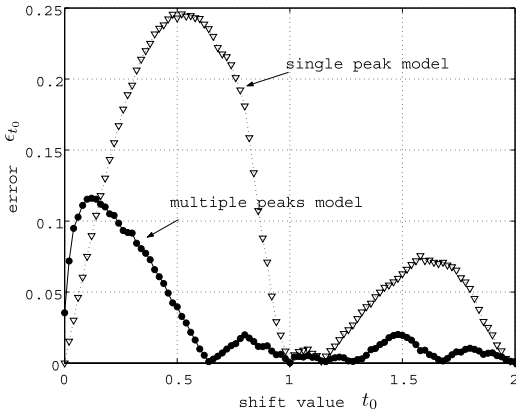


図 5 フィッティング関数の違いによるシフト量推定誤差 ($0 \leq t_0 < 2$), $N = 400$, $\xi = 1$, lena
 Fig. 5 Error of shift estimation ($0 \leq t_0 < 2$), $N = 400$, $\xi = 1$, lena.

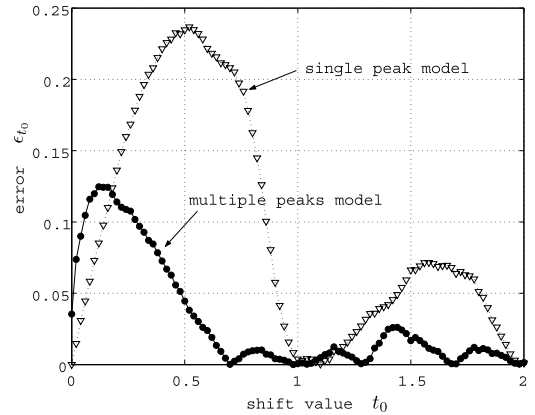


図 7 フィッティング関数の違いによるシフト量推定誤差 ($0 \leq t_0 < 2$), $N = 400$, $\xi = 1$, 10 枚の画像
 Fig. 7 Error of shift estimation ($0 \leq t_0 < 2$), $N = 400$, $\xi = 1$, 10 images.

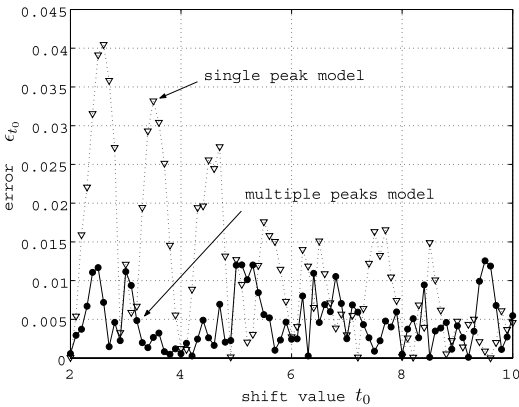


図 6 フィッティング関数の違いによるシフト量推定誤差 ($2 \leq t_0 < 10$), $N = 400$, $\xi = 1$, lena
 Fig. 6 Error of shift estimation ($2 \leq t_0 < 10$), $N = 400$, $\xi = 1$, lena.



図 8 テスト画像, 512×512 , 8 bits/pixel
 Fig. 8 Test images, 512×512 , 8 bits/pixel.

モデルを使用し、それぞれ、single peak model 及び multiple peaks model と表している。横軸は真のシフト量 t_0 を、縦軸は推定シフト量 \bar{t}_0 と真のシフト量 t_0 の推定誤差の絶対値 ϵ_{t_0}

$$\epsilon_{t_0} = |\bar{t}_0 - t_0| \quad (45)$$

の 50 ライン (10 ラインごとに 1 ラインを選択) の平均を示す。図 5 から、提案するフィッティング関数によって、非整数サンプルシフト量が推定可能となることが確認できる。更に、双峰性モデルが単峰性モデルに比べ高い推定精度を与えることが分かる。図 6 では、真のシフト量 t_0 を 2 から 10 の範囲で 0.1 ずつ変化させている。 t_0 以外は図 5 と同じ条件である。 t_0 の

増加に伴い、他のピークの干渉が減少し、単峰性モデルの推定誤差が双峰性モデルの推定誤差に近づいていくことが分かる。

図 7 には、図 8 及び図 4(a) に示す 10 枚の画像から、1 枚の画像につき 5 ライン (100 ラインごとに 1 ラインを選択) を用いた、合計 50 ラインの推定誤差の絶対値の平均を示す。画像及びラインの選択以外の条件は、図 5 の条件と同じである。図 5 と同様の傾

表 1 推定誤差の絶対値の平均と分散 ($0 \leq t_0 < 2$)
 Table 1 Average and variance of absolute error. ($0 \leq t_0 < 2$)

t_0	単峰性モデル		双峰性モデル		POC	
	平均 μ	分散 σ^2	平均 μ	分散 σ^2	平均 μ	分散 σ^2
0.00 ~ 0.48	0.150258	0.005941	0.086346	0.000562	0.024394	0.000342
0.50 ~ 0.98	0.170819	0.006444	0.013402	0.000086	0.112840	0.000532
1.00 ~ 1.48	0.025212	0.000386	0.006495	0.000034	0.052287	0.002078
1.50 ~ 1.98	0.050324	0.000602	0.007844	0.000022	0.023787	0.000139

表 2 推定誤差の絶対値の平均と分散 ($2 \leq t_0 < 10$)
 Table 2 Average and variance of absolute error. ($2 \leq t_0 < 10$)

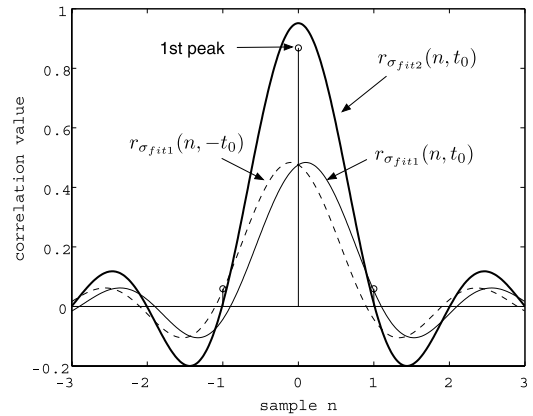
t_0	単峰性モデル		双峰性モデル		POC	
	平均 μ	分散 σ^2	平均 μ	分散 σ^2	平均 μ	分散 σ^2
2.0 ~ 3.9	0.020159	0.000160	0.004466	0.000013	0.100079	0.004047
4.0 ~ 5.9	0.012372	0.000067	0.004950	0.000015	0.071758	0.009882
6.0 ~ 7.9	0.008656	0.000023	0.004966	0.000008	0.050912	0.006105
8.0 ~ 9.9	0.003904	0.000013	0.004498	0.000013	0.025569	0.002302

向をもつことが確認できた。

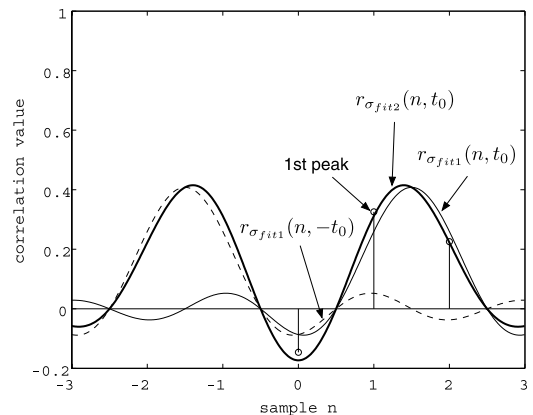
表 1 及び表 2 に図 5 及び図 6 の推定誤差の絶対値の平均と分散を示す。双峰性モデルでは $t_0 \geq 0.5$ の場合は推定誤差の絶対値の平均が 0.013402 以下、分散が 0.000086 以下となったが、 $t_0 < 0.5$ の場合には、推定誤差の絶対値の平均が 0.086346、分散が 0.000562 となり、他のシフト量に比べ、推定誤差がやや大きいことが分かる。これは、以下のように説明される。

まず、図 9(a) 及び (b) に $t_0 = 0.1$ 及び $t_0 = 1.5$ のときの、DCT-SPC の第 1 ピーク (1st peak) 及びその隣接位置の値と双峰性モデルの理論値を示す。推定誤差は、 $\epsilon_{0.1} = 0.1531$ 、 $\epsilon_{1.5} = -0.0052$ であった。図 9 から、 $t_0 = 0.1$ のとき、理論値 $r_{fit2}(-1, 0.1)$ 及び $r_{fit2}(1, 0.1)$ は 0 値に近いことが分かる。一方、 $t_0 = 1.5$ のとき、理論値 $r_{fit2}(0, 1.5)$ 及び $r_{fit2}(2, 1.5)$ は 0 値から離れている。理論値が 0 値に近い場合、ノイズの影響を受けている DCT-SPC の値と理論値との相対誤差は大きくなる。この相対誤差が推定誤差を大きくすると考えられる。一方、単峰性モデルでは、整数サンプル +0.5 の位置の誤差値が大きい。これは、二つのピークのうち、考慮していない他方のピークの影響をこの位置で強く受けるためである。

推定誤差が大きくなる原因には、ノイズの影響及びフィッティング関数のモデルによるものがある。一般に双峰性モデルは高い推定精度を与える。更に、双峰性モデルにおいてシフト量が $t_0 < 0.5$ の範囲にある場合でも、DCT-SPC を適用する前に信号を任意量シフトさせ、推定精度が高い範囲にピーク位置を移動させることにより、推定精度を向上させることも可能で



(a) $t_0 = 0.1$ ($\hat{t}_0 = 0.2531$)



(b) $t_0 = 1.5$ ($\hat{t}_0 = 1.4948$)

図 9 双峰性モデル・フィッティング関数の性質
 Fig. 9 Characteristics of multiple peaks model.

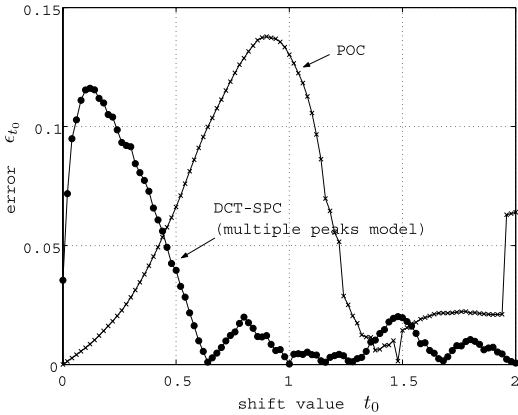


図 10 DCT-SPC (双峰性モデル) と POC のシフト量推定誤差 ($2 \leq t_0 < 10$), $N = 400$, $\xi = 1$
 Fig. 10 Error compared with POC ($2 \leq t_0 < 10$), $N = 400$, $\xi = 1$.

ある．これは，DCT-SPC を実行し，おおよそのシフト量を推定した後，一方の信号をシフトさせ，再度，DCT-SPC を実行し非整数サンプルシフト推定を行うという，2 度の推定処理を想定している．原理的に単峰性モデルでも可能である．

5.3 POC との比較

図 10 に POC と DCT-SPC の比較を示す．POC では式 (18) に示すフィッティング関数を用いた．DCT-SPC では，双峰性モデルのフィッティング関数を用いた．真のシフト量 t_0 を 0 から 2 の範囲で 0.02 ごとに变化させ，シフト量を推定した．最小二乗法に用いる点数は $\xi = 1$ として $2\xi + 1$ 点とした．表 1 及び表 2 に $0 \leq t_0 < 2$ 及び $2 \leq t_0 < 10$ の推定誤差の絶対値の平均及び分散を示す．図 10, 表 1 及び表 2 より DCT-SPC は POC より推定精度が高いことが分かる．DCT-SPC では DCT 係数の正負符号及び 0 値のみを用いるにもかかわらず，POC よりも高い推定結果を得ることができた．

ただし，POC ではより高精度な推定のため，空間領域における窓関数の適用，周波数領域における重みの適用，及びその重み適用時のフィッティング関数が提案されている [12]．本論文では，フィッティング関数の評価を目的とするため，これらの高精度化手法を適用せず，フィッティング関数から求められる推定量を比較している．

5.4 計算量

表 3 に式 (31) 及び式 (32) のフィッティング関数のみの $\xi = 1$ (3 点のピーク値使用) のときの各演算数

表 3 $\xi = 1$ におけるフィッティング関数の演算回数
 Table 3 The number of operations in fitting functions for one point ($\xi = 1$).

	ADD	MUL	DIV	SIN
単峰性モデル	6	9	9	6
双峰性モデル	15	15	15	12

ADD, MUL, DIV, SIN はそれぞれ加減算, 乗算, 除算, 正弦波関数を示す．

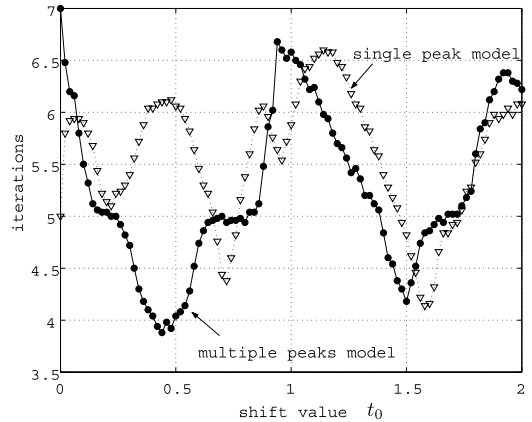


図 11 フィッティング時における平均繰返し回数
 Fig. 11 Mean numbers of iterations for fitting.

表 4 Wang のアルゴリズムによる DCT-2 の演算回数 [17]
 Table 4 The number of operations for DCT-2. (Wang's algorithm [17])

加算	乗算
$N(\log_2 N)/2 + 1$	$(3N \log_2 N)/2 - N + 1$

を示す．図 11 に図 5 のシミュレーションにおけるフィッティング時の繰返し回数の平均を示す．単峰性モデルと双峰性モデルの繰返し回数に特に差がないことが分かる．フィッティング関数の演算数は，表 3 の演算数の繰返し回数倍が必要となる．これらの値から，双峰性モデルに比べ，単峰性モデルは演算量が少ないことが分かる．しかし，一般に，表 4 に示すように DCT の演算量が，全体の演算量に対して支配的であり，モデルの違いによる計算時間の違いは小さい．シミュレーションにおいて，全体の処理時間が単峰性モデルと双峰性モデルではほぼ等しいことも確認している．

6. む す び

DCT-SPC のための非整数サンプルシフト量を推定する二つのフィッティング関数を提案した．連続信号と離散信号の関係，及び POC と DCT-SPC の関係を考察し，単峰性モデル及び双峰性モデルを導出した．

また、考察した関係から、フィッティング関数適用時に未定義となるデータの定義方法について各モデルに対し述べた。提案するフィッティング関数によって、信号の DCT 係数の正負符号から、非整数サンプルシフト量を推定することができることが確認された。双峰性モデルが一般に単峰性モデルより高い推定量を与えることが確認された。

謝辞 本研究の一部は、平成 20 年度日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（C））（課題番号 20560361）によるものである。

文 献

- [1] 伊藤 泉, 藤吉正明, 貴家仁志, “DCT 係数の正負符号と位相限定相関との関係について,” 信学論 (A), vol. J90-A, no. 7, pp. 567–577, July 2007.
- [2] I. Ito and H. Kiya, “DCT sign-only correlation with application to image matching and the relationship with phase-only correlation,” IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process., vol. I, pp. 1237–1240, no. IMDSP-P15.1, April 2007.
- [3] F. Arnia, I. Iizuka, M. Fujiyoshi, and H. Kiya, “Fast image identification methods for JPEG images with different compression ratios,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. E89-A, no. 6, pp. 1585–1593, June 2006.
- [4] F. Arnia, I. Iizuka, M. Fujiyoshi, and H. Kiya, “DCT sign-based similarity measure for JPEG image retrieval,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. E90-A, no. 9, pp. 1976–1985, Sept. 2007.
- [5] K. Kuroiwa, M. Fujiyoshi, and H. Kiya, “Codestream domain scrambling of moving objects based on DCT sign-only correlation for motion JPEG movies,” Proc. IEEE Int. Conf. Image Process., vol. V, pp. 157–160, Sept. 2007.
- [6] 植村淳志, 伊藤 泉, 貴家仁志, “DCT 符号相関を用いたサブピクセル精度画像マッチング,” 映像学技報, vol. 32, no. 10, pp. 77–82, Feb. 2008.
- [7] C.H. Knapp and G.C. Carter, “The generalized correlation method for estimation of time delay,” IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol. 24, no. 4, pp. 320–327, Aug. 1976.
- [8] C.D. Kuglin and D.C. Hines, “The phase correlation image alignment method,” Proc. Int. Conf. Cybernetics and Society, pp. 163–165, Sept. 1975.
- [9] 萩原瑞木, 川又政征, “位相限定相関を用いた画像のサブピクセル精度の位置ずれ検出,” 信学技報, CAS2001-11, VLD2001-28, DSP2001-30, June 2001.
- [10] 清水雅夫, 奥富正敏, “画像のマッチングにおける高精度なサブピクセル推定手法,” 信学論 (D-II), vol. J84-D-II, no. 7, pp. 1409–1418, July 2001.
- [11] H. Foroosh, J.B. Zerubia, and M. Berthod, “Extension of phase correlation to subpixel registration,” IEEE Trans. Image Process., vol. II, no. 3, pp. 188–200, March 2002.
- [12] K. Takita, T. Aoki, Y. Sasaki, T. Higuchi, and K. Kobayashi, “High-accuracy subpixel image registration based on phase-only correlation,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. E86-A, no. 8, pp. 1925–1934, Aug. 2003.
- [13] W.S. Hoge, “A subspace identification extension to the phase correlation method,” IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 22, no. 2, pp. 277–280, Feb. 2003.
- [14] W.S. Hoge and C.-F. Westin, “Identification of translational displacements between N-dimensional data sets using the high-order SVD and phase correlation,” IEEE Trans. Image Process., vol. 14, no. 7, pp. 884–889, July 2005.
- [15] M. Balci and H. Foroosh, “Subpixel estimation of shifts directly in the Fourier domain,” IEEE Trans. Image Process., vol. 15, no. 7, pp. 1965–1972, July 2006.
- [16] A.V. Oppenheim, R.W. Schaffer, and J.R. Buck, Discrete-time Signal Processing, 2nd ed., Prentice-Hall, 1999.
- [17] Z. Wang, “Fast algorithms for discrete W transform and for the discrete Fourier transform,” IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol. 32, no. 4, pp. 803–816, 1984.

(平成 20 年 7 月 22 日受付, 10 月 21 日再受付)



伊藤 泉 (学生員)

2007 東京都立大・工・卒, 2008 首都大学東京システムデザイン研究科博士前期課程了。現在, 同研究科博士後期課程在学中。2007 映像情報メディア学会・優秀研究発表賞, 2008 本会論文賞受賞, 2008 PCSJ 学生論文賞受賞。IEEE, EURASIP, 映像情報メディア学会各学生員。



貴家 仁志 (正員)

1980 長岡技科大・工・電気電子システム卒。1982 同大学院修士課程了。同年, 都立大・工・電気助手。2000 同大学院工学研究科電気教授, 改組により, 2005 首都大・システムデザイン・情報通信システム教授, 現在に至る。工博。1995–1996 豪シドニー大 Visiting Fellow。デジタル信号処理, 画像処理, マルチメディアセキュリティに興味をもつ。2008 本会論文賞受賞。1998–2002 本会和文論文誌 A 編集委員, 2007 信号処理研究専門委員会委員長, 2008 基礎境界ソサイエティ副会長, ソサイエティ誌編集委員長。1998–2000 IEEE 論文誌 Signal Processing 編集委員。2005–2006 映像情報メディア学会メディア工学研究会委員長, 2008 論文部門委員長。EURASIP, 映像情報メディア学会, 画像電子学会各会員。IEEE シニア会員。