

# スパース性に基づく可変忘却係数を用いた RLS 型適応フィルタの追従特性改善法

Sparsity-based Variable Forgetting Factor Algorithm for Improvement of Tracking Performance of RLS-type Adaptive Filters

西川 清史  
Kiyoshi NISHIKAWA

牧崎 幸司  
Koji MAKIZAKI

長谷川 絢也  
Junya HASEGAWA

首都大学東京大学院システムデザイン研究科情報通信システム学域  
Department of Information and Communications Systems Engineering, Tokyo Metropolitan University

## 1 まえがき

RLS 適応フィルタは収束速度は高速であるが、非定常環境では追従特性が劣化することが知られている [1]。追従特性の改善手法として、忘却係数を可変とする手法が提案されている [2]-[4]。本稿では、スパース性を指標とする可変忘却係数アルゴリズムを用いた、非定常環境下での追従特性を改善する手法を提案する。

## 2 従来法

RLS アルゴリズムは、正規方程式を逆行列の補題を用いて変形し逐次的に解くことで、重み付き二乗誤差和を最小化する。RLS アルゴリズムは、フィルタ係数ベクトル  $\mathbf{w}(n)$  を以下の手順で更新する。

$$e(n) = d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n-1) \quad (1)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{K}(n)e(n) \quad (2)$$

$$\mathbf{K}(n) = \frac{\mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)}{\lambda + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)} \quad (3)$$

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}(\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{K}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{P}(n-1)) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{x}(n)$  は入力ベクトル、 $d(n)$  は所望信号、 $e(n)$  は誤差信号、 $\mathbf{K}(n)$  はカルマンゲインベクトル、 $\mathbf{P}(n)$  は自己相関行列の逆行列、 $\lambda$  は忘却係数である。忘却係数は追従特性を調整するために使用されるパラメータであり、 $0 < \lambda \leq 1$  の値をとる。 $\lambda$  の値を小さくすることで追従特性の改善が可能となるが、残留誤差が増加するという問題がある。この問題に対し、可変忘却係数を用いた追従特性の改善手法として、GVFF-RLS アルゴリズム [3] や VFF-RLS アルゴリズム [4] などが提案されている。これらの手法は、誤差信号  $e(n)$  の分散を指標とし、可変忘却係数を実現している。

## 3 提案法

提案法では、未知系がスパースな系であると想定し、未知系の変化とフィルタ係数  $\mathbf{w}(n)$  のスパース性の関係に着目する。筆者らはタップ数  $M$  の  $\mathbf{w}(n)$  のスパース性を評価する指標

$$\xi(\mathbf{w}(n)) = \frac{M}{M - \sqrt{M}} \left( 1 - \frac{\|\mathbf{w}(n)\|_1}{\sqrt{M}\|\mathbf{w}(n)\|_2} \right) \quad (5)$$

を使用し、適応フィルタ  $\mathbf{w}(n)$  のスパース性を計測することで、未知系の変化を評価することを提案している [2]。なお、 $\|\mathbf{w}(n)\|_1$  および  $\|\mathbf{w}(n)\|_2$  は、それぞれ  $\mathbf{w}(n)$  の 1 次および 2 次ノルムを表す。 $\xi(\mathbf{w}(n))$  は  $0 \leq \xi(\mathbf{w}(n)) \leq 1$  の値をとる。未知系がスパースな系するとき、推定が進むと  $\xi(\mathbf{w}(n))$  の値は増加する。一方、未知系が変化すると推定誤差が増加し、 $\xi(\mathbf{w}(n))$  の値は減少する。この性質を利用し、 $\xi(\mathbf{w}(n))$  を指標とした、可変忘却係数アルゴリズムを提案する。

提案する忘却係数  $\lambda(n)$  の更新手順を表 1 に示す。表 1 において、 $\lambda_{max}$ 、 $\lambda_{min}$  はそれぞれ  $\lambda(n)$  の上限値と下限値、 $a$  は定数を表し、 $b$  は提案法におけるパラメータであり、表 1 に示した式に従い値が変化する。また  $\xi_w(n)$  は、0 から 1 までの間の値をとる  $\xi(\mathbf{w}(n))$  を、-10 から 10 までの範囲にマッピングしたものである。

表 1 提案する可変忘却係数更新アルゴリズム

```

Initialize  $b(0) = 0, b^-(0) = -\Delta b, b^+(0) = \Delta b$ 
Iterate for  $n > 2M$ 
 $\xi_w(n) = 20 \{ \xi(\mathbf{w}(n)) - 0.5 \}$ 
 $\Delta b = \frac{1}{a} \ln \left( \frac{c}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} - 1 \right)$ 
if  $\xi_w(n) < b^-(n-1)$  | elseif  $\xi_w(n) < b^+(n-1)$  | else
 $b^-(n) = \xi_w(n)$  |  $b(n) = b(n-1)$  |  $b^+(n) = \xi_w(n)$ 
 $b(n) = b^-(n) + \Delta b$  |  $b^-(n) = b(n) - \Delta b$  |  $b(n) = b^+(n) - \Delta b$ 
 $b^+(n) = b(n) + \Delta b$  |  $b^+(n) = b(n) + \Delta b$  |  $b^-(n) = b(n) - \Delta b$ 
 $c = 1 - \lambda_{min}$ 
 $\lambda(n) = c(1 - \exp[-a\{\xi_w(n) + b(n)\}])^{-1} + \lambda_{min}$ 

```

## 4 シミュレーション

システム同定のシミュレーションにより、提案法の効果を示す。未知系として 64 タップ (非ゼロ部分は 8 タップ程度) の FIR フィルタを用い、適応フィルタのタップ数  $M$  も同様とした。また、未知系変化点を 4000、入力はサンプリング周波数 8kHz の音声信号、付加雑音として SN 比 40dB の白色ガウス雑音を使用した。提案法におけるパラメータはそれぞれ  $a = 10$ 、 $\lambda_{max} = 0.9999$ 、 $\lambda_{min} = 0.85$  とし、従来法である RLS ( $\lambda = 0.999$ )、VFF-RLS ( $\lambda_{max} = 0.999$ )、GVFF-RLS ( $\lambda_{max} = 0.999$ ) と比較する。図 1 より、提案法を用いることで、従来法よりも追従特性が改善されていることが分かる。

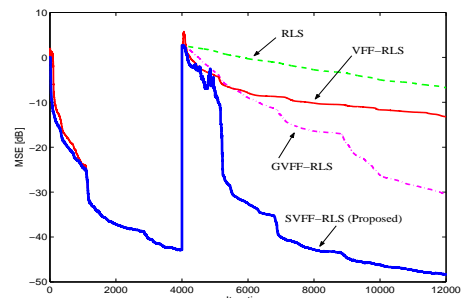


図 1 シミュレーション結果

## 参考文献

- [1] Simon Haykin, Adaptive Filter Theory Fourth Edition, Prentice Hall, 2001.
- [2] 長谷川絢也, 西川清史, A-4-15 “RLS 型適応アルゴリズムのためのスパース性に基づく可変忘却係数アルゴリズム” IEICE 信号処理シンポジウム, no. B3-1, pp. 296-301, Nov. 2009.
- [3] Shu-Hung Leung and C. F. So, “Gradient-based Variable Forgetting Factor RLS Algorithm in Time-Varying Environments,” IEEE Trans. Sig. Proc., VOL. 53, NO. 8, pp. 3141-3150, Aug. 2005.
- [4] Constantin Paleologu, Jacob Benesty and Silviu Ciochina, “A Robust Variable Forgetting Factor Recursive Least-Squares Algorithm for System Identification,” IEEE Sig. Proc. Letters, VOL. 15, pp. 597-600, 2008.