

研究速報

動画配信のための下位互換性を考慮したパケットレベル LDGM 符号の構成と理論解析

外村 喜秀^{†a)}(学生員) 白井 大介[†](正員)
 北村 匡彦[†](正員) 仲地 孝之[†](正員)
 藤井 竜也[†](正員) 貴家 仁志^{††}(正員:フェロー)

Construction Method and Theoretical Analysis of Packet-Level Low-Density Generator Matrix Codes to Allow Backward Compatibility for Video Streaming

Yoshihide TONOMURA^{†a)}, Student Member,
 Daisuke SHIRAI[†], Masahiko KITAMURA[†],
 Takayuki NAKACHI[†], Tatsuya FUJII[†], Members,
 and Hitoshi KIYA^{††}, Fellow

[†] 日本電信電話株式会社, 横須賀市

Network Innovation Laboratories, NTT Corporation, 1-1 Hikarino-oka, Yokosuka-shi, 239-0847 Japan

^{††} 首都大学東京, 日野市

Faculty of System Design, Tokyo Metropolitan University, 6-6 Asahigaoka, Hino-shi, 191-0065 Japan

a) E-mail: tonomura.yoshihide@lab.ntt.co.jp

あらまし 本論文は, 誤り訂正器をもたない映像受信端末においても動画を再生することができるパケットレベル LDGM 符号の構成法を提案している. 一般に, ブロードバンド帯域に対するパケットレベル LDGM 符号は最大分離距離符号と比較して大きく符号化特性が劣る問題があるが, 提案手法では下位互換性を考慮したサブパケット分割及びインタリーブを組み合わせることで符号化特性の改善を行っている.

キーワード パケットレベル FEC, LDPC 符号, LDGM 符号, インタリーブ, 消失通信路

1. まえがき

近年, LDPC 符号 (LDPC code: low-density parity-check code) が注目されている [1]. LDPC 符号はパリティ検査行列に疎行列を用い, その制約式をメッセージパッシングアルゴリズム (MPA: message passing algorithm) で満たすことにより線形時間復号を可能にしている. このため, LDPC 符号は長い符号長 (10^7) の信号列を 1 ブロックで扱うことができ, 通信容量に漸近することができる [2], [3].

一方, 用途によっては復号の処理量よりも符号化の処理量が問題になる場合がある. その一例として, パケットレベル FEC (PL-FEC: packet-level forward error correction) が挙げられる. PL-FEC では通信路は消失通信路として見ることができ, 符号化がスループットのボトルネックとなる. このような場合, 符号化も線形時間で行えるようパリティ検査行列中に

LDGM 構造をもたせた LDGM 符号 (LDGM code: low-density generator-matrix code) が広く用いられている [4], [5].

このように, LDPC 符号/LDGM 符号は疎行列と MPA の組合せにより符号長を長くすることで通信容量に迫ることを可能にした. しかし, 疎行列と MPA の組合せは符号長が短い場合にうまく機能しない問題が指摘されている. 特に, PL-FEC ではパケットを単位として符号化を行うためにブロードバンド帯域のアプリケーションでは符号長が短くなり (200 程度), リードソロモン符号 (RS code: Reed-Solomon code) 等の最大分離距離符号と比較して性能が大きく劣る.

以上の背景を受け, 本論文ではブロードバンド IP ネットワークを用いた動画配信での LDGM 符号の使用を想定してその符号化効率改善手法を提案する. 提案法では, パケットをサブパケットへと分割することで 1 ブロック中のシンボル数を増やし, ストップングセット (SS: stopping set) にあたる確率を減らす. しかし, サブパケットを単純にパケット化すると LDGM 構造のために符号化特性が劣化する. そのため, 提案法はサブパケット分割とインタリーブを組み合わせることでこの問題を回避し, 符号化効率を改善する. 更に, 提案法ではインタリーブを行う箇所をブロック中のパリティ部のみにするすることで, 誤り訂正器をもたない映像受信端末でも動画を視聴できる下位互換性をもたせる.

2. 下位互換性を考慮した LDGM 符号のサブパケット分割とインタリーブ法

図 1 に提案方法における LDGM 符号の符号化/復号プロセスを示す. 符号化側では, まず, 1 ブロック中のパケット k 個を $k' = k \times d$ 個のサブパケットへと分割する (図 1 (1)). ここで, d は 1 パケットに対

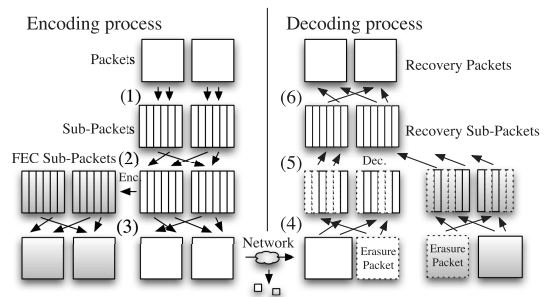


図 1 提案方法における符号化/復号プロセス
 Fig. 1 Block diagram of encoding/decoding process in proposed method.

するサブパケットへの分割数を表しており、図 1 の例では $d = 6$ である。次に、サブパケットに対してインタリーブを行った後に、次式に従い m' 個の FEC サブパケット $C_{m'}$ を作成する (図 1 (2))。

$$C_{m'}^t = \left[T_{m'}^{-1} \right] \left[P_{m',k'} \right] S_{k'}^t \pmod{2} \quad (1)$$

ただし、 $S_{k'}$ は k' 個のインタリーブされたサブパケットであり、 $P_{m',k'}$ は m' 行 k' 列の文献 [6] に基づいて作成される疎行列、 $T_{m'}$ は m' 行 m' 列の階段行列、 t は転置記号である。最後に、インタリーブされたサブパケット $S_{k'}$ はインタリーブを解いてパケット化され、FEC サブパケット $C_{m'}$ はインタリーブをかけてパケット化された後に、それぞれネットワークへと送信される (図 1 (3))。

復号側では消失したパケットがある場合、サブパケット分割を行った後にバースト的に発生しているエラーをインタリーブにより隣り合わないエラーへと変換する (図 1 (4))。次に、式 (1) を変形した次式を満たすように、MPA により連立方程式を解くことで消失サブパケットを回復する (図 1 (5))。

$$0 = \left[P_{m',k'} \right] S_{k'}^t + \left[T_{m'} \right] C_{m'}^t \pmod{2} \quad (2)$$

最後に、復号されたサブパケットのインタリーブを解いて復号側の処理は終了する (図 1 (6))。

上記プロセスにより、提案方法は次の効果が期待できる。なお、どの程度効果があるかを次章で評価する。

(1) 1 ブロック中のパケット数が少ない場合でも、サブパケット分割を行うことで符号化効率が向上する。

(2) 組織符号化をしているため、情報サブパケットだけで、誤り訂正復号器をもたない映像受信端末でも動画を再生することができる下位互換性を保つことができる。

(3) FEC サブパケットをインタリーブすることで、パリティ部分のバーストエラーを回避し符号化効率が向上する。

3. 提案方法のシミュレーション評価

提案方法の有効性を確認するために計算機シミュレーションを実施した。シミュレーションの条件として次のように各パラメータを定めた。通信路はランダムパケット消失通信路とし、疎行列の列重みを 3、パケット数を 200 [個]、FEC パケット数を 40 [個]、情報サブパケット数 2000 [個]、FEC サブパケットを 400 [個] とし、リードソロモン符号及び提案した

LDGM 符号を比較した。これは、おおよそインターネット等で用いられる動画配信の帯域 (3 Mbit/s) を想定したものと等しい。結果を図 2 に示す。図中の“LDGM code”はサブパケット分割及びインタリーブを実施しなかったもの、“LDGM Subpackets”はサブパケット分割のみを実施してインタリーブを実施しなかったもの、“LDGM Interleaving”はサブパケット分割を行った後にブロック全体にインタリーブを実施したもの、“LDGM FEC Interleaving”はサブパケット分割とパリティ部のみにインタリーブを実施した前章で述べた提案法をそれぞれ表す。

図 2 より、提案方法はサブパケット分割を行わない従来の LDGM 符号よりも 10^{-4} のブロック誤り率 (BER: block error rate) において符号化率に換算して 15 [%] 改善し、ブロック全体にインタリーブを実施した場合と同等の性能を有することが確認できる。なお、改善率は次式で評価した。

$$\frac{\text{Rate}(\text{BER}_{\text{proposed}}) - \text{Rate}(\text{BER}_{\text{existing}})}{m/n} \times 100 \quad (3)$$

ただし、式 (3) 中の Rate 関数は任意の BER における達成するパケット消失確率 (PEP: packet erasure probability) を返す関数である。

また、サブパケット分割のみを実施しインタリーブを行わない場合、サブパケット分割しない場合よりも符号化効率が低下することが確認できる。つまり、LDGM 符号においてサブパケット分割とインタリーブを組み合わせたことが、符号化効率の向上に必要な

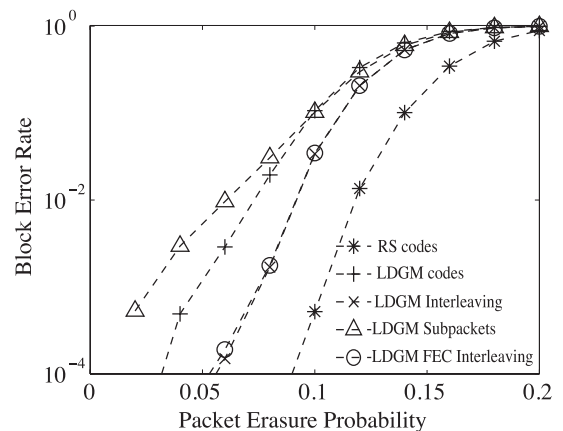


図 2 提案方法及び従来方法の符号化特性
Fig. 2 The performance of each LDGM code on a packet erasure channel.

表 1 従来方法と提案方法の特徴比較

Table 1 Comparison of proposed method characteristics.

	$n = \text{短}$	$n = \text{長}$	演算量	互換性	自由度
RS 符号 (*)		×	△	○	×
LDGM 符号 (+)	×			○	
LDGM 符号 (×)	△			×	
LDGM 符号 (○)	△			○	

ことが分かる．なお，比較したそれぞれの符号化方法の特性を表 1 にまとめる．提案手法は，比較した中で下位互換性を保ちつつ符号化効率を改善する唯一の方法であることが分かる．

4. パケット分割法の理論解析

本章では，提案したサブパケット分割とインタリーブを組み合わせた方法が分割数によりどの程度効果があるのかその理論的な考察を行う^(注1)．

一般に有限長の LDPC 符号に対する厳密な解析は演算量的に困難であるために難しい．そのため，LDPC 符号アンサンブルの重み分布から算出される Union bound を用いて評価する方法や，スケーリング関数を導入する方法などが提案されている [7], [8]．本論文では，パケット分割が行われた際の最ゆう復号時のレギュラー LDPC 符号の Union bound を文献 [7] の方法で評価する．これは，LDPC 符号をサブパケット分割し，十分長いサブパケット全体に対してインタリーブを施した場合の Union bound を評価していることと等しい．

パケット分割が行われた際の最ゆう復号時のレギュラー LDPC 符号の平均ブロック誤り率は文献 [7] における補題 B.2 を次式に変更することで算出される．

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}_{\text{LDPC}(n, x^{l-1}, x^{r-1})} [P_B^{ML}(G, \epsilon)] \\
 & \leq \sum_{e=0}^n \binom{n}{e} \epsilon^e \bar{\epsilon}^{n-e} \\
 & \cdot \min \left[1, \sum_{w=1}^{e \cdot d} \binom{e \cdot d}{w} \right. \\
 & \left. \cdot \frac{\text{coef} \left[\left(\frac{(1+y)^r + (1-y)^r}{2} \right)^{\frac{(n \cdot d)l}{r}}, y^{wl} \right]}{\binom{(n \cdot d)l}{wl}} \right] \quad (4)
 \end{aligned}$$

ただし， ϵ は送信パケット消失確率を表し， $\bar{\epsilon}$ は送信パケットが消失しない確率， l, r はそれぞれ列重み，

行重みであり， d は 1 パケット当りのサブパケットへの分割数， n はパケット数， $n \cdot d$ はサブパケット数， $\min[\cdot]$ 関数は引数の小さい方の値を返し， $\text{coef}[\cdot]$ 関数は第 2 引数の係数値を返す関数である．

式 (4) は，消失したパケットに対応する疎行列の集合 H_ϵ がフルランク行列とならない確率から導かれており，文献 [7] での証明方法と同様に次式から導出される．

$$\begin{aligned}
 & \Pr\{\text{rank}(H_\epsilon) < |\epsilon| \cdot d\} \\
 & = \Pr\{\exists x \in \text{GF}(2)^{|\epsilon| \cdot d} \setminus \{0\} : H_\epsilon x^t = 0^t\} \\
 & \leq \sum_{x \in \text{GF}(2)^{|\epsilon| \cdot d} \setminus \{0\}} \Pr\{H_\epsilon x^t = 0^t\} \\
 & = \sum_{w=1}^{|\epsilon| \cdot d} \binom{|\epsilon| \cdot d}{w} \frac{\text{coef} \left[\left(\frac{(1+y)^r + (1-y)^r}{2} \right)^{\frac{(n \cdot d)l}{r}}, y^{wl} \right]}{\binom{(n \cdot d)l}{wl}} \quad (5)
 \end{aligned}$$

式 (5) は，消失したパケットと対応する疎行列の集合 H_ϵ がランク落ちする条件として， x に 1 が入っているにもかかわらず疎行列 H_ϵ との積がすべて 0 になる確率を足し合わせている．

式 (4) で導出される LDPC ($n, l = 3, r = 18$) 符号の Union bound を符号長 n とパケット分割数 d を変化させて評価した．評価では，符号長 n を 240, 1200, 2400, 4800 とし，パケット分割数 d を 1, 5, 10, 20 と変化させた．結果を図 3 に示す．図 3 よりサブパケット分割を行いシンボル数は増やした場合と，符号長を長くすることによりシンボル数を増やした場合において，エラーフロア領域で等しい特性を示すことが確認できる．これは，Union bound のエラーフロア領域においてはシンボル数そのものが符号化特性を決定づけていることを意味する．つまり，サブパケット分割によりシンボル数を増やすことでエラーフロア領域でのブロック誤り特性を見積もることができ，シンボル数を増やすほどブロック誤り率を下げるのが可能であることを示している．

5. む す び

本論文では，映像配信サービスのためのサブパケッ

(注1): 本章での評価はサブパケット分割とインタリーブを組み合わせた提案法をレギュラー LDPC 符号に適用した場合の理論解析であり，前章で述べた LDGM 符号の直接的な理論解析ではない．前章までの LDGM 符号に関する理論解析は今後の課題とする．

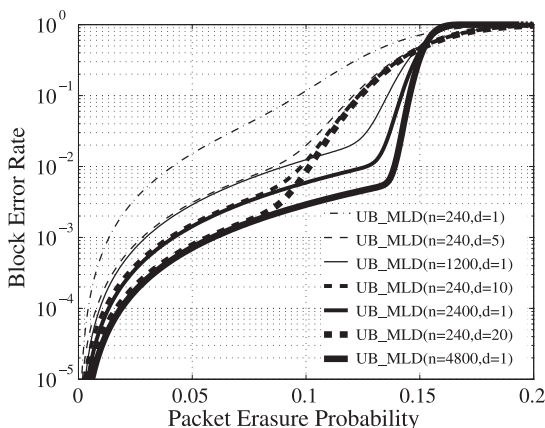


図3 パケット分割法を用いた LDPC 符号アンサンブルの Union bound 評価結果

Fig. 3 Union bound on the LDPC ensembles under maximum likelihood decoding.

ト分割とインタリーブを組み合わせたパケットレベル LDGM-FEC 手法を提案した。提案方法は 1 ブロック中のパケット数が少ない場合の LDGM 符号の符号化効率を改善し、かつ、誤り訂正器をもたない映像受信機と下位互換性を保つことができる。また、本論文では、提案手法の理論解析としてサブパケット分割法におけるブロック誤り特性を Union bound にて評価した。その結果、エラーフロア領域においてはシンボル数が符号化特性を決定付けていることが明らかとなった。これは、分割数に応じてブロック誤り率が下げられることを意味している。今後の課題として、MPA

を用いた場合の提案法の理論的な解析などが挙げられる。

文献

- [1] R.G. Gallager, Low density parity check codes, Research Monograph series, MIT Press, Cambridge, 1963.
- [2] D.J.C. Mackay and R.M. Neal, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes," *Electron Lett.*, vol.32, no.18, pp.1645–1646, Aug. 1996.
- [3] S.-Y. Chung, G.D. Forney, T.J. Richardson, and R. Urbanke, "On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 dB of the Shannon limit," *IEEE Commun. Lett.*, vol.5, no.2, pp.58–60, Feb. 2001.
- [4] A. Shokrollahi, "Raptor codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.52, no.5, pp.2033–2051, May 2006.
- [5] V. Roca, C. Neumann, and D. Furodet, "Low density parity check (LDPC) staircase and triangle forward error correction (FEC) schemes," IETF RMT Working Group, RFC 5170, June 2008.
- [6] X.-Y. Hu, E. Eleftheriou, and D.M. Arnold, "Regular and irregular progressive edge-growth tanner graphs," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.51, no.1, pp.386–398, Jan. 2005.
- [7] C. Di, D. Proietti, I.E. Telatar, and T.J. Richardson, "Finite-length analysis of low-density parity-check codes on the binary erasure channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.48, no.6, pp.1570–1579, June 2002.
- [8] A. Amraoui, A. Montanari, T.J. Richardson, and R.L. Urbanke, "Finite-length scaling for iteratively decoded LDPC ensembles," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.55, no.2, pp.473–498, Feb. 2009.

(平成 21 年 8 月 19 日受付, 10 月 6 日再受付)