次数固定での更新を可能とするカーネル適応アルゴリズムの構成法

Constructing Method of Fixed Order for Kernel Adaptive Algorithms

牧崎幸司 Koji MAKIZAKI　野田祐一 Yuichi NODA　西川清史 Kiyoshi NISHIKAWA

首都大学東京大学院システムデザイン研究科情報通信システム学域
Department of Information and Communications Systems,
Tokyo Metropolitan University

1 まえがき

カーネル適応アルゴリズムは非線形システムの学習が可能な適応アルゴリズムであり，非線形チャネル等化，非線形能動的ノイズ制御などに有用である．カーネル適応アルゴリズムは，辞書に保持した入力ベクトルの数に応じて，フィルタ次数が増加するという特徴を有する．しかし，次数の変動は組み込み系などのハードウェア実装をする際に問題となる．本報告では，フィルタ次数を固定したままでの更新が可能なカーネル適応アルゴリズムの構成法を提案する．

2 カーネル適応アルゴリズム [1],[2]

カーネル適応アルゴリズムは過去の入力ベクトル $\mathbf{x}_n$ の一部を，トレーニングベクトルとして辞書 $\mathbf{D}$ に保持し，$\mathbf{D}$ の情報を元に適応フィルタの次数を変動させる．カーネル適応アルゴリズムの学習の手順を以下に示す．

Initialization

$$\chi_0 = \mathbf{x}_0^T\mathbf{x}_0\ ,\ \mathbf{D} = \begin{bmatrix}\mathbf{x}_0\\ \chi_0\end{bmatrix}\ ,\ \boldsymbol{\alpha}_{-1} = 0\ ,\ m = 1$$

for $n = 0, 1, \cdots$

$$\chi_n = \mathbf{x}_n^T\mathbf{x}_n\ ,\ \mathbf{h}_n = \exp\left(\mathbf{D}^T\begin{bmatrix}2\mathbf{x}\\ -1\end{bmatrix} - \chi_n\mathbf{1}^{M+1}\right) \tag{1}$$

if $\max_{j=1,\ldots,m} |\mathbf{h}_n(j)| \geq \mu_0$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}\cup\left\{\begin{bmatrix}\mathbf{x}_n\\ \chi_n\end{bmatrix}\right\}\ ,\ \mathbf{h}_n = \begin{bmatrix}\mathbf{h}_n\\ 1\end{bmatrix}\ ,\ \boldsymbol{\alpha}_{n-1} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\alpha}_{n-1}\\ 0\end{bmatrix}$$

$m = m + 1$

end if

$$e_n = d_n - \mathbf{h}_n^T\boldsymbol{\alpha}_{n-1}\ ,\ \boldsymbol{\alpha}_n = \boldsymbol{\alpha}_{n-1} + \Delta\boldsymbol{\alpha}_n \tag{2}$$

end for

ここで，n は時刻，d_n は所望信号，e_n は誤差信号，M は入力ベクトルの次数，m はトレーニングベクトルの数，μ_0 は閾値である．入力ベクトル $\mathbf{x}_n$ と辞書 $\mathbf{D}$ より，カーネルトリックによって得られる m 次の $\mathbf{h}_n$ を新たな入力ベクトルと見なし，LMS や RLS などの線形適応アルゴリズムによりフィルタ $\boldsymbol{\alpha}_{n-1}$ を更新する．カーネル適応アルゴリズムは閾値 μ_0 により決定される条件に基づき，辞書 $\mathbf{D}$ を更新する．その際，適応フィルタの次数が増加するという問題がある．

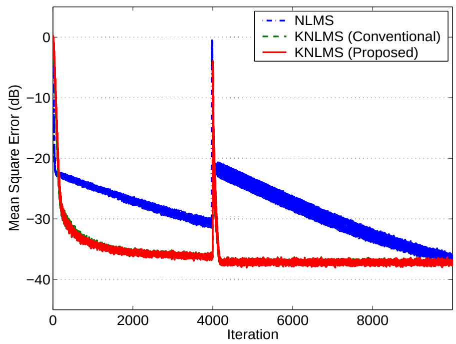

図 1　収束特性の比較

3 提案法

提案法では，フィルタの次数 m_{max} を設け，辞書の初期値を $M+1\times m_{max}$ 次の零行列，フィルタの初期値を m_{max} 次の零ベクトルとし，入力ベクトルを辞書に格納する際にフィルタの次数を固定とする．また，提案法では零ベクトルをトレーニングベクトルの 1 つとする．

提案するアルゴリズムを以下に示す．

Initialization

$$\mathbf{D} = \mathbf{0}^{M+1, m_{max}}\ ,\ \boldsymbol{\alpha}_{-1} = \mathbf{0}^{m_{max}}\ ,\ m = 1$$

for $n = 0, 1, \cdots$

$$\chi_n = \mathbf{x}_n^T\mathbf{x}_n\ ,\ \mathbf{h}_n = \exp\left(\mathbf{D}^T\begin{bmatrix}2\mathbf{x}_n\\ -1\end{bmatrix} - \chi_n\mathbf{1}^{M+1}\right) \tag{3}$$

if $\left(\max_{j=1,\ldots,m} |\mathbf{h}_n(j)| \geq \mu_0\right) \wedge (m < m_{max})$

$$\mathbf{D}(m) = \begin{bmatrix}\mathbf{x}_n\\ \chi_n\end{bmatrix}\ ,\ \mathbf{h}_n(m) = 1$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n-1}(m_{max}) = \boldsymbol{\alpha}_{n-1}(m_{max}) + \boldsymbol{\alpha}_{n-1}(m)\ ,\ \boldsymbol{\alpha}_{n-1}(m) = 0$$

$m = m + 1$

end if

$$e_n = d_n - \mathbf{h}_n^T\boldsymbol{\alpha}_{n-1}\ ,\ \boldsymbol{\alpha}_n = \boldsymbol{\alpha}_{n-1} + \Delta\boldsymbol{\alpha}_n \tag{4}$$

end for

提案法では，条件文で m と m_{max} の比較を行うことで，フィルタ次数を m_{max} 以下に制限を行う．また，入力ベクトルを k 番目のトレーニングベクトルとして辞書に置換する際，$\boldsymbol{\alpha}_n(k-1)$ の値を 0 にし，学習を続ける．

4 シミュレーション

提案法の有効性を示すために，適応予測によるシミュレーションを行った．入力信号は，初期値 x_{-1}，x_{-2} に区間 $(0,1)$ 内で一様分布する乱数をそれぞれを与え，

$$x_n = \left(0.8 - 0.5\exp\left(-x_{n-1}^{-2}\right)\right)x_{n-1} - \left(0.3 + 0.9\exp\left(-x_{n-1}^{2}\right)\right)x_{n-2} + 0.1\sin\left(x_{n-1}\pi\right) \tag{5}$$

より生成される信号を，平均 0，分散 1 に正規化したものとする．入力ベクトルの次数 M は 4，フィルタ次数 m_{max} は 32，雑音信号は SNR40dB の加法性白色ガウス雑音とした．閾値 μ_0 は 0.8，信号長は 10000 とし，$n = 4000$ 時点で式 (5) の係数を変化させた．学習アルゴリズムとして KNLMS を，比較対象として NLMS と従来の KNLMS を用いた．独立に 1000 回試行し，MSE により評価した．なお，カーネル関数としてガウシアン関数を用いた．

シミュレーション結果を図 1 に示す．図 1 より，提案法は従来の KNLMS と同等の収束特性を持つことが分かる．

参考文献

[1] Weifeng Liu, José C. Príncipe, and Simon Haykin, “Kernel Adaptive Filtering,” Wiley: 2010.

[2] 牧崎幸司，西川清史，“カーネル適応アルゴリズムの低演算量化のための辞書データ作成法,” IEICE SIP SYMPOSIUM, no. P1-7, pp. 227-232, Nov. 2010.