

# ERLS-DCD に基づくカーネル適応アルゴリズムの提案

ERLS-DCD Algorithm for Non-Linear Adaptive Filters

小川 芳樹  
Yoshiki Ogawa

西川 清史  
Kiyoshi NISHIKAWA

首都大学東京 システムデザイン学部 情報通信システム工学コース  
Department of Information and Communications Systems, Tokyo Metropolitan University

## 1 まえがき

本報告では、線形適応アルゴリズムのひとつである ERLS-DCD (Exponentially weighted Recursive Least Mean Square - Dichotomous Coordinate Descent) アルゴリズム [1] を、カーネル適応フィルタへ拡張し、非線形システムの推定を可能とする Kernel-ERLS-DCD アルゴリズムを提案する。

## 2 準備

### 2.1 ERLS-DCD アルゴリズム

ERLS-DCD アルゴリズムは、RLS 形の線形適応アルゴリズムであり、LMS アルゴリズムと同等の演算量で良好な定常特性と収束速度が実現することが知られている [1]。ERLS-DCD アルゴリズムのフィルタ更新式を示す。

$$\mathbf{R}_n = \lambda \mathbf{R}_{n-1} + \mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n \quad (1)$$

$$e_n = d_n - \mathbf{x}_n^T \hat{\mathbf{w}}_{n-1} \quad (2)$$

$$\beta_{0n} = \lambda \mathbf{r}_{n-1} + e_n \mathbf{x}_n \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_n \Delta \mathbf{w}_n = \beta_{0n} \Rightarrow \Delta \hat{\mathbf{w}}_n, \mathbf{r}_n \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_n = \hat{\mathbf{w}}_{n-1} + \Delta \hat{\mathbf{w}}_n \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{x}_n$  は入力ベクトル、 $d_n$  は所望信号、 $e_n$  は誤差信号、 $\hat{\mathbf{w}}$  は推定フィルタ、 $\lambda$  は忘却係数である。ERLS アルゴリズムの補助正規方程式 (4) の解法として、本報告では DCD アルゴリズムを用いる。以下に計算手順を示す。

$$\text{Initialize: } \Delta \hat{\mathbf{w}} = 0, \mathbf{r} = \beta_0, \alpha = H, q = 0 \quad (6)$$

for  $m = 1, \dots, M_b$

$$\alpha = \alpha/2 \quad (7)$$

$$\text{for } n = 1, \dots, N \quad (8)$$

$$\text{if } |r_n| > (\alpha/2)R \text{ then flag} = 1, q = q + 1 \quad (9)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{w}}_n = \Delta \hat{\mathbf{w}}_n + \text{sign}(r_n)\alpha, \mathbf{r} = \mathbf{r} - \text{sign}(r_n)\alpha \mathbf{R} \quad (10)$$

if  $q > N_u$  then the algorithm stops

if flag = 1 then flag = 0 and goto (8)

### 2.2 カーネル法

近年、カーネル法を応用し、非線形システムの学習を可能とするカーネル適応フィルタが注目されている。カーネル適応フィルタは、従来の線形適応フィルタの内積をカーネル関数で置きかえることで実現され、線形適応アルゴリズムに基づく学習アルゴリズムが提案されている。[2]。KRLS アルゴリズム [3]、KNLMS アルゴリズム [4] などが知られている。

## 3 提案法

本報告では、ERLS-DCD アルゴリズムに基づくカーネル適応フィルタを提案する。従来のカーネル適応アルゴリズムは、内積をカーネル関数で置きかえることで導出される。また、入力履歴を元にした辞書を生成し、フィルタ次数の更新に利用される。提案法も同様にカーネル関数を用いて非線形変換を行った入力信号に対するフィルタ係数を DCD アルゴリズムを用いて更新する。また、辞書  $\mathbf{D}$  の更新とともに、フィルタ次数を増加させる。提案するアルゴリズムのフィルタ更新式を以下に示す。

$$\mathbf{h}_n = \kappa(\mathbf{x}_n, \mathbf{D}_{n-1})$$

$$\text{if } \max |\mathbf{h}_n(j)|_{j=1, \dots, m} \leq \mu_0 \quad (11)$$

$$\mathbf{D}_{n-1} = \mathbf{D}_{n-1} \cup \{x_n\}, \mathbf{R}_{n-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_n \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_{n-1} = \begin{bmatrix} \alpha_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{n-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{n-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{R}_n = \lambda \mathbf{R}_{n-1} + \mathbf{h}_n^T \mathbf{h}_n \quad (14)$$

$$e_n = d_n - \mathbf{h}_n^T \alpha_{n-1} \quad (15)$$

$$\beta_{0n} = \lambda \mathbf{r}_{n-1} + e_n \mathbf{h}_n \quad (16)$$

$$(\Delta \alpha_n, \mathbf{r}) = \text{DCD}(\mathbf{r}_n, \beta_{0n}, \mathbf{h}_n) \quad (17)$$

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + \Delta \alpha_n \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{x}_n$  は入力ベクトル、 $d_n$  は所望信号、 $e_n$  は誤差信号、 $\hat{\mathbf{h}}$  は非線形変換された入力に対する推定フィルタ、 $\lambda$  は忘却係数、 $\mu_0$  は閾値、 $\kappa(\cdot, \cdot)$  はカーネル関数、 $\mathbf{D}_n$  は辞書、DCD() は正規方程式を DCD アルゴリズムで解くことを表す。

## 4 シミュレーション

提案法の有効性を示すために、以下の式で与えられる非線形システムの適応予測を行った。

$$d_n = (0.8 - 0.5 \exp(-d_{n-1}^2)) d_{n-1} - (0.3 + 0.9 \exp(-d_{n-1}^2)) d_{n-2} + 0.1 \sin(d_{n-1} \pi) \quad (19)$$

初期状態 ( $d_{-1}, d_{-2}$ ) は区間  $[0, 1]$  の一様乱数により与え、 $d_n = \psi(d_{n-1}, d_{n-2})$  で表される非線形モデルを推定し、SNR=40 となる白色ガウス雑音を付加し、MSE により評価した。 $\lambda = 0.995$  とし、カーネルにはガウシアンカーネル  $\kappa(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \exp(-\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|^2)$  を用いた。信号長は 12000 で、 $n=4000$  のときにランダムに係数を変更し、システム変化が発生することとした。提案法、KNLMS、KRLS を比較したシミュレーション結果を図 1 に示す。収束特性は KRLS アルゴリズムとほぼ同等となることが確認でき、提案法の有効性が確認できた。

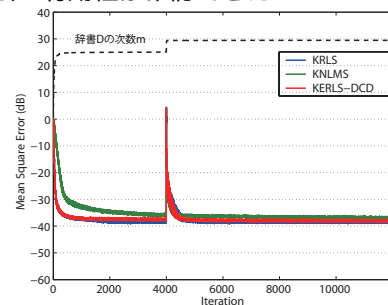


図 1 シミュレーション結果

## 参考文献

- [1] Yuriy V. Zakharov, George P. White, and Jie Liu IEEE-Turys. SignalProcessing, Vol.56, No.7, Jul 2008.
- [2] Weifeng Liu, José C. Príncipe, Simon Haykin "Kernel Adaptive Filtering" WILEY, 2010.
- [3] Weifeng Liu, Il Park, Yiwen Wang, and José C. Príncipe IEEE Trans. SignalProcessing, Vol.57, No.10, Oct 2009.
- [4] Weifeng Liu, Puskal P. Pokharel, and José C. Príncipe IEEE Trans. SignalProcessing, Vol.56, No.2, Feb 2008.