

マルチカーネル学習法を用いた KPNLMS アルゴリズムの収束特性の改善法

Improvement of Convergence Characteristics of KPNLMS Algorithm by Using Multi Kernel Learning

丸 裕士
Yuji MARU¹西川清史
Kiyoshi NISHIKAWA¹Felix Albu²

首都大学東京大学院システムデザイン研究科情報通信システム学域

¹Department of Information and Communications Systems Engineering, Tokyo Metropolitan University²Valahia University of Targoviste

1. まえがき

線形適応フィルタに基づき、非線形システムの学習を行う手法として、カーネル適応フィルタが提案されている。本稿では複数のカーネル関数を用いる構成法である、マルチカーネル適応フィルタの考え方を、Kernel Proportionate Normalized Least Mean Square(KPNLMS) アルゴリズムへ応用し、収束特性を改善する手法を提案する。

2. 従来法

KNLMS アルゴリズムに対して Proportionate Factor を適用することで、収束特性を改善する KPNLMS アルゴリズムが提案されている[1]。KPNLMS アルゴリズムは以下の式で学習を行う。

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(n) &= [k(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}_1) \cdots k(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}_m)]^T \\ e(n) &= d(n) - \mathbf{h}^T(n) \mathbf{a}(n-1) \\ p_l(n-1) &= \frac{1-\beta}{2m} + \mu \frac{|h_l(n-1)|(1+\beta)}{2 \sum_{i=0}^{m-1} |h_i(n-1)| + \xi} \\ \mathbf{P}(n-1) &= \text{diag}\{p_0(n-1), \dots, p_{m-1}(n-1)\} \\ \mathbf{a}(n) &= \mathbf{a}(n-1) + \mu \frac{\mathbf{P}(n-1) \mathbf{h}(n) \cdot e(n)}{\delta + \mathbf{h}^T(n) \mathbf{P}(n-1) \mathbf{h}(n)} \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{x}(n)$ は入力ベクトル、 $d(n)$ は所望信号、 $e(n)$ は誤差信号、 μ はステップサイズパラメータ、 δ 、 ξ は安定化パラメータ、 $\mathbf{h}(n)$ は KPNLMS の入力ベクトル、 $\mathbf{a}(n)$ はフィルタ係数ベクトル、 \mathbf{y} はトレーニングベクトル、 m は \mathbf{y} の個数、 $k(\cdot)$ はカーネル関数を表す。

提案法

本稿では、[2]で提案されたマルチカーネルを用いた構成法を KPNLMS に適用した Multi-Kernel PNLMS (MKPNLMS) アルゴリズムを提案する。提案法の更新式を次に示す。

提案法の更新式

Iterate for $n = 1$ to N

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_j(n) &= [k_j(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}_1) \cdots k_j(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}_m)] \in \mathbf{R}^{L \times m} \\ \mathbf{a}_j(n) &= [a_{j,1} \cdots a_{j,m}] \in \mathbf{R}^{L \times m} \\ \mathbf{H}(n) &:= [\mathbf{h}_1(n) \cdots \mathbf{h}_L(n)] \\ \mathbf{A}(n) &:= [\mathbf{a}_1(n) \cdots \mathbf{a}_L(n)]^T \\ e(n) &= d(n) - \text{trace}(\mathbf{A}(n)^T \mathbf{H}(n)) \end{aligned}$$

$$p_l(n-1) = \frac{1-\beta}{2m} + \mu \frac{|h_l(n-1)|(1+\beta)}{2 \sum_{j=1}^L \sum_{i=0}^{m-1} h_{i,j}(n-1) + \xi}$$

$$\mathbf{P}(n-1) = \text{diag}\{p_0(n-1), \dots, p_{m-1}(n-1)\}$$

$$\mathbf{A}(n) = \mathbf{A}(n-1) + \mu \frac{\mathbf{P}(n-1) \mathbf{H}(n) \cdot e(n)}{\delta + \mathbf{H}^T(n) \mathbf{P}(n-1) \mathbf{H}(n)}$$

end

3. シミュレーション

前方予測のシミュレーションにより、提案法の有効性を示す。以下のシステムを未知系とし、フィルタ長を2タップとした。

$$d(n) = (0.8 - 0.5 \exp(-d(n-1)^2)) d(n-1)$$

$$-(0.3 + \exp(-d(n-1)^2)) d(n-2) + 0.1 \sin(d(n-1)\pi)$$

初期値として $d(-1), d(0)$ をランダムに与え、雑音は加法的白色ガウス雑音 (SN比 40[dB]) を使用した。提案法のパラメータとして、 $\mu=1$ とし、 $\xi=10^{-8}$ 、 $\delta=0.001$ と設定した。カーネル関数はガウシアンカーネルを用い、 $k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp(-3.5\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2)$ とした。マルチカーネルでは2つのガウシアンカーネル関数を用い、カーネルパラメータは3.5と10とした。図1より、提案法を用いることにより、従来法 (KPNLMS[1], MKNLMS[2]) よりも予測誤差が減少し、収束速度が改善されることがわかる。

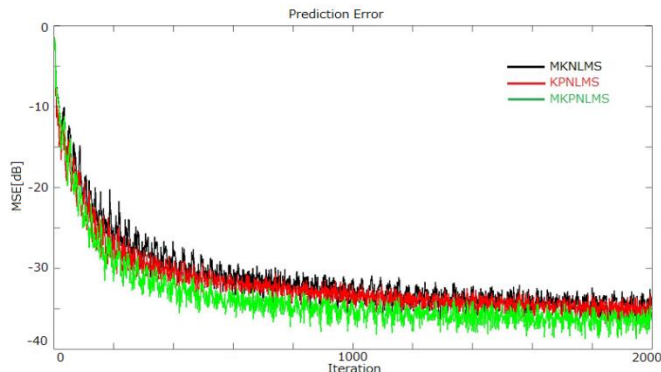


図1. シミュレーション結果

参考文献

- [1] Felix Albu, Kiyoshi NIISHIKAWA, "THE KERNEL PROPORTIONATE NLMS ALGORITHM", EUSIPCO 2013
[2] Masahiro YUKAWA, "Multi-Kernel Adaptive Filtering", IEEE Trans. Signal Processing, vol.60, no. 9, 2012